

Л.А. КУЗНЕЦОВ

# СБОРНИК ЗАДАНИЙ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

ТИПОВЫЕ  
РАСЧЕТЫ

Рекомендовано Государственным комитетом  
Российской Федерации по высшему образованию  
в качестве учебного пособия для студентов  
высших учебных заведений,  
обучающихся по направлению «Математика»



Москва  
«Высшая школа» 1994

Кузнецов Л. А.

К89 Сборник заданий по высшей математике ( типовые рас-  
четы): Учеб. пособие для втузов.— 2-е изд., доп.— М.:  
Высш. шк., 1994.— 206 с.: ил.

ISBN 5-06-002666-3

Пособие содержит индивидуальные задания (по 31 варианту в каждой задаче) для студентов по курсу высшей математики и предназначено для обеспечения самостоятельной работы по освоению курса. Каждое задание содержит теоретические вопросы, теоретические упражнения и расчетную часть.

Второе издание (1-е — 1983 г.) дополнено разделом, посвященным уравнениям математической физики.

К 1602010000 — 101  
001 (01) — 94 без объявл.

ББК 22.11  
517

УДК 517

Вышая математика. Определенный интеграл. Методические указания и контрольные задания для самостоятельной работы студентов всех специальностей. Томск, ТПИ им. С.М. Кирова, 1988. - 40 с.

Составители: А.А. Лучинин  
Г.А. Никольская  
В.И. Рожкова

Рецензент доц., к.ф.-м.н. Э.Н. Подскребко

Методические указания рассмотрены и рекомендованы методическим семинаром кафедры высшей математики-I 4 сентября 1987 г.

Зав. кафедрой

К.П. Арефьев

I-7. Вычислить определенный интеграл.

8-10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями.

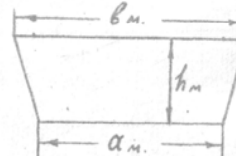
II-13. Вычислить длину дуги кривой.

I4. Вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями.

I5. Вычислить объем тела, образованного вращением плоской фигуры, ограниченной указанными линиями. В вариантах I-I5 ось вращения  $Ox$ , в вариантах I6-30 ось вращения  $Oy$ .

I6-I7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость.

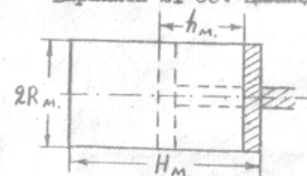
I8. Варианты I-10. Вычислить силу, с которой вода давит на плотину, сечение которой имеет форму равнобокой трапеции. Плотность воды



$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  
ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$   
Давление на глубине  $x$  равно  $\rho g x$ .

Варианты II-20. Определить работу (в джоулях), совершаемую при подъеме спутника с поверхности Земли на высоту  $H \text{ км}$ . Масса спутника равна  $m \text{ т}$ , радиус Земли  $R = 6380 \text{ км}$ . Ускорение свободного падения  $g$  у поверхности Земли положить равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

Варианты 21-30. Цилиндр наполнен газом под атмосферным давлением  $103,3 \text{ кПа}$ . Считать газ



идеальным, определить работу (в джоулях) при изотермическом сжатии газа поршнем, переместившимся внутрь цилиндра на  $h \text{ м}$ . Уравнение состояния газа  $pV = \text{const.}$ , где  $p$  - давление,  $V$  - объем.

| Вариант I                                                                                                            |                                                                                                    |                                                                  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 1. $\int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx = \frac{5}{4} - \frac{1}{4} \cos 4 - \frac{1}{4} \sin 4 = 1,6026$          |                                                                                                    |                                                                  |
| 2. $\int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx = 2,5$                                                            |                                                                                                    |                                                                  |
| 3. $\int_{\pi/2}^{2 \operatorname{arctg} 2} \frac{dx}{\sin^2 x (1 - \cos x)} = 0,5729$                               |                                                                                                    |                                                                  |
| 4. $\int_{\pi/4}^{\operatorname{arctg} 3} \frac{dx}{(3 \operatorname{tg} x + 5) \sin 2x} = 0,0539$                   |                                                                                                    |                                                                  |
| 5. $\int_{\pi/2}^{\pi} 2^{\sin^2 x} \sin^2 x dx = 35\pi = 109,9557$                                                  |                                                                                                    |                                                                  |
| 6. $\int_0^1 \frac{4\sqrt{1-x} - \sqrt{3x+1}}{(\sqrt{3x+1} + 4\sqrt{1-x})(3x+1)^2} dx = \frac{1}{16} \ln 5 = 0,1006$ |                                                                                                    |                                                                  |
| 7. $\int_0^{16} \sqrt{256 - x^2} dx = 64\pi = 201,0619$                                                              |                                                                                                    |                                                                  |
| 8. $y = (x-2)^3$<br>$y = 4x - 8$ $S = 8$                                                                             | 9. $x = 4\sqrt{2} \cos^3 t$ , $x = 2$ ( $x \geq 2$ ).<br>$y = 2\sqrt{2} \sin^3 t$ , $S = 2,7124$   |                                                                  |
| 10. $z = 4 \cos 3\varphi$ ,<br>$z = 2$ ( $z \geq 2$ ). $S = 7,6529$                                                  | 11. $y = \ln x$ ,<br>$\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$ . $l = 2,2939$                               |                                                                  |
| 12. $x = 5(t - \sin t)$ , $0 \leq t \leq \pi$ .<br>$y = 5(1 - \cos t)$ . $l = 20$                                    | 13. $\rho = 3e^{3\varphi/4}$ ,<br>$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ . $l = 14,7016$ |                                                                  |
| 14. $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ , ( $y \geq 0$ ).<br>$z = y$ , $z = 0$ . $V = 2$                                       | 15. $y = -x^2 + 5x - 6$ ,<br>$y = 0$ . $V = 0,1047$                                                |                                                                  |
| 16. $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 + x + 1} = 2,4184$                                                               | 17. $\int_0^3 \frac{dx}{x^2 - 5x + 1}$ расходится                                                  | 18. $a = 4,5$ ; $b = 6,6$ ;<br>$h = 3,0$ . $p = 23,4 \cdot 10^4$ |

| Вариант 2                                                                                                            |                                                                                                    |                                                                  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 1. $\int_{-2}^0 (x^2 - 4) \cos 3x dx = \frac{2}{27} (6 \cos 6 - \sin 6) = 0,4474$                                    |                                                                                                    |                                                                  |
| 2. $\int_0^1 \frac{(x^2 + 1) dx}{(x^3 + 3x + 1)^2} = 0,2667$                                                         |                                                                                                    |                                                                  |
| 3. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{2 + \cos x} = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{4}{3\sqrt{3}}\right) = 0,3616$       |                                                                                                    |                                                                  |
| 4. $\int_{\arccos(1/\sqrt{17})}^{\pi/4} \frac{2 \operatorname{ctg} x + 1}{(2 \sin x + \cos x)^2} dx = 0,8863$        |                                                                                                    |                                                                  |
| 5. $\int_0^{\pi/4} 2^{\sin^2 x} \cos^2 x dx = \frac{5\pi}{8} = 1,9635$                                               |                                                                                                    |                                                                  |
| 6. $\int_1^{64} \frac{1 - \sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x}}{x + 2\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^9}} dx = 6 \ln \frac{4}{3} = 1,7261$ |                                                                                                    |                                                                  |
| 7. $\int_0^1 x^2 \sqrt{1 - x^2} dx = \pi/16 = 0,1963$                                                                |                                                                                                    |                                                                  |
| 8. $y = x\sqrt{9 - x^2}$ , $y = 0$ .<br>$0 \leq x \leq 3$ . $S = 9$                                                  | 9. $x = \sqrt{2} \cos t$ , $y = 2$ ( $y \geq 2$ ).<br>$y = 2\sqrt{2} \sin t$ . $S = 1,1416$        |                                                                  |
| 10. $z = \cos 2\varphi$ ,<br>$S = 1,5708$                                                                            | 11. $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}$ , $1 \leq x \leq 2$ .<br>$l = 1,0966$                    |                                                                  |
| 12. $x = 3(2 \cos t - \cos 2t)$ ,<br>$y = 3(2 \sin t - \sin 2t)$ ,<br>$0 \leq t \leq 2\pi$ . $l = 48$                | 13. $\rho = 2e^{4\varphi/3}$ ,<br>$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ . $l = 19,9934$ |                                                                  |
| 14. $z = x^2 + 4y^2$ , $z = 2$ .<br>$V = 3,1416$                                                                     | 15. $2x - x^2 - y = 0$ ,<br>$2x^2 - 4x + y = 0$ . $V = 10,0531$                                    |                                                                  |
| 16. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x} = 0,6931$                                                                    | 17. $\int_3^5 \frac{dx}{x^2 - 7x + 10}$ расходится                                                 | 18. $a = 4,8$ ; $b = 7,2$ ;<br>$h = 3,0$ $p = 25,2 \cdot 10^4$ ✓ |

| Вариант 3                                                                                                                       |                                                                                                     |                                                                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| 1. $\int_{-1}^0 (x^2 + 4x + 3) \cos x \, dx = 4 - 2 \sin 1 - 2 \cos 1 = 1,2364$                                                 |                                                                                                     |                                                                |
| 2. $\int_0^1 \frac{4 \arctg x - x}{1+x^2} \, dx = \frac{\pi^2}{8} - 0,5 \ln 2 = 0,8871$                                         |                                                                                                     |                                                                |
| 3. $\int_{\pi/2}^{2 \arctg 2} \frac{dx}{\sin^2 x (1 + \cos x)} = 1,2083$                                                        |                                                                                                     |                                                                |
| 4. $\int_0^{\arccos(1/\sqrt{7})} \frac{3 + 2 \lg x}{2 \sin^2 x + 3 \cos^2 x - 1} \, dx = \frac{\pi}{\sqrt{2}} + \ln 4 = 3,6077$ |                                                                                                     |                                                                |
| 5. $\int_0^{2\pi} \sin^4 x \cos^4 x \, dx = 0,1473$                                                                             |                                                                                                     |                                                                |
| 6. $\int_{-14,15}^{-7/8} \frac{6\sqrt{x+2}}{(x+2)^2 \sqrt{x+1}} \, dx = 1$                                                      |                                                                                                     |                                                                |
| 7. $\int_0^5 \frac{dx}{(25+x^2)^{3/2}} = 0,0283$                                                                                |                                                                                                     |                                                                |
| 8. $y = 4 - x^2$<br>$y = x^2 - 2x$ $S = 9$                                                                                      | 9. $x = 4(t - \sin t)$ , $0 < x < 8\pi$<br>$y = 4(1 - \cos t)$ , $S = 57,1327$<br>$y = 4(y \geq 4)$ |                                                                |
| 10. $z = \sqrt{3} \cos \varphi$ , $(0 \leq \varphi \leq \pi/2)$<br>$z = \sin \varphi$ $S = 0,2215$                              | 11. $y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x$ ,<br>$0 \leq x \leq \pi/3$ $l = 0,9428$                          |                                                                |
| 12. $x = 4(\cos t + t \sin t)$ ,<br>$y = 4(\sin t - t \cos t)$ ,<br>$0 \leq t \leq 2$ $l = 8$                                   | 13. $\rho = \sqrt{2} e$ ,<br>$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ $l = 9,2052$          |                                                                |
| 14. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - z^2 = 1$ ,<br>$z = 0$ , $z = 3$ $V = 226,1947$                                             | 15. $y = 3 \sin x$ , $0 \leq x \leq \pi$<br>$y = \sin x$ , $V = 39,4784$                            |                                                                |
| 16. $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} \, dx = 1$                                                                               | 17. $\int_{-2}^2 \frac{x \, dx}{x^2 - 4}$ расходитс                                                 | 18. $a = 5,1$ ; $b = 7,8$ ;<br>$h = 3,0$ . $P = 27 \cdot 10^4$ |

| Вариант 4                                                                                                             |                                                                                                   |                                                                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 1. $\int_{-2}^0 (x+2)^2 \cos 3x \, dx = \frac{2}{27}(6 - \sin 6) = 0,4651$                                            |                                                                                                   |                                                                  |
| 2. $\int_0^2 \frac{x^3 \, dx}{x^2 + 4} = 2 - 2 \ln 2 = 0,6137$                                                        |                                                                                                   |                                                                  |
| 3. $\int_{\arctg 1/2}^{\pi/2} \frac{\cos x \, dx}{(1 - \cos x)^3} = 1,3$                                              |                                                                                                   |                                                                  |
| 4. $\int_{\pi/4}^{\arctg 3} \frac{4 \lg x - 5}{1 - \sin 2x + 4 \cos^2 x} \, dx = 2 \ln 2 - \frac{\pi}{8} = 0,9936$    |                                                                                                   |                                                                  |
| 5. $\int_0^{2\pi} \sin^2 \frac{x}{4} \cos^6 \frac{x}{4} \, dx = 0,2454$                                               |                                                                                                   |                                                                  |
| 6. $\int_6^9 \sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}} \, dx = 3,1416$                                                                |                                                                                                   |                                                                  |
| 7. $\int_0^3 \frac{dx}{(9+x^2)^{3/2}} = 0,0786$                                                                       |                                                                                                   |                                                                  |
| 8. $y = \sin x \cos^3 x$ , $y = 0$<br>$0 \leq x \leq \pi/2$ $S = 0,3333$                                              | 9. $x = 16 \cos^3 t$ , $x = 2 (x \geq 2)$<br>$y = 2 \sin^3 t$ $S = 18,5664$                       |                                                                  |
| 10. $z = 4 \sin 3\varphi$ ,<br>$z = 2 (z \geq 2)$ $S = 2,4567$                                                        | 11. $y = \ln \frac{5}{2x}$ ,<br>$\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$ $l = 1,2027$                      |                                                                  |
| 12. $x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t$ ,<br>$y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t$ ,<br>$0 \leq t \leq \pi$ $l = 10,3354$ | 13. $\rho = 5e^{5\varphi/12}$ ,<br>$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ $l = 18,2582$ |                                                                  |
| 14. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{36} = -1$ ,<br>$z = 12$ $V = 75,3982$                                 | 15. $y = 5 \cos x$ , $x = 0 (x \geq 0)$<br>$y = \cos x$ $V = 59,2176$                             |                                                                  |
| 16. $\int_{-\infty}^{-1} \frac{dx}{2x^2 + 6x + 5} = 2,3562$                                                           | 17. $\int_0^1 \ln x \, dx = -1$                                                                   | 18. $a = 5,4$ ; $b = 8,4$ ;<br>$h = 3,0$ . $P = 28,8 \cdot 10^4$ |

| Вариант 5 |                                                                                                          |                                                                                                 |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.        | $\int_{-4}^0 (x^2 + 7x + 12) \cos x dx = 7 + \cos 4 - 2 \sin 4 = 7,86$                                   |                                                                                                 |
| 2.        | $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{x + \cos x}{x^2 + 2 \sin x} dx = 0,6931$                                        |                                                                                                 |
| 3.        | $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x - \sin x}{(1 + \sin x)^2} dx = 0,1667$                                      |                                                                                                 |
| 4.        | $\int_0^{\arctg(1/3)} \frac{8 + \tg x}{18 \sin^2 x + 2 \cos^2 x} dx = \frac{\ln 2}{36} + \pi/3 = 1,0664$ |                                                                                                 |
| 5.        | $\int_0^{\pi} 2^y \cos^8 \frac{x}{2} dx = 13,7445$                                                       |                                                                                                 |
| 6.        | $\int_0^5 e^{\sqrt{\frac{5-x}{5+x}}} \frac{dx}{(5+x)\sqrt{25-x^2}} = 0,2(e-1) = 0,3437$                  |                                                                                                 |
| 7.        | $\int_0^{\sqrt{5}/2} \frac{dx}{(5-x^2)^{3/2}} = 0,1155$                                                  |                                                                                                 |
| 8.        | $y = \sqrt{4-x^2}, y=0, x=0, x=1. S=1,9132$                                                              | $x=2 \cos t, y=3 (y \geq 3) y=6 \sin t. S=7,3702$                                               |
| 10.       | $z=2 \cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \pi/2 z=2\sqrt{3} \sin \varphi. S=0,8859$                         | $y=-\ln \cos x, 0 \leq x \leq \pi/6. l=0,5493$                                                  |
| 12.       | $x=10 \cos^3 t, 0 \leq t \leq \pi/2 y=10 \sin^3 t. l=15$                                                 | $p=6e^{12\varphi/5}, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} l=281,7948$                 |
| 14.       | $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1, z=0, z=1. V=34,5575$                                | $y=\sin^2 x, y=0, x=\pi/2. V=1,8505$                                                            |
| 16.       | $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx$<br>расходится                                              | 17. $\int_1^3 \frac{x+3}{\sqrt{x^2-4}} dx = 23$<br>18. $a=5,7; b=9,0; h=4,0. p=54,4 \cdot 10^4$ |

| Вариант 6 |                                                                                                               |                                                                                                   |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.        | $\int_0^{\pi} (2x^2 + 4x + 7) \cos 2x dx = 3,1416$                                                            |                                                                                                   |
| 2.        | $\int_0^{\pi/4} \frac{2 \cos x + 3 \sin x}{(2 \sin x - 3 \cos x)^3} dx = -0,9444$                             |                                                                                                   |
| 3.        | $\int_{\arctg 3}^{2 \arctg 2} \frac{dx}{\cos x (1 - \cos x)} = 1/6 + \ln 2/3 = -0,2388$                       |                                                                                                   |
| 4.        | $\int_0^{\arccos(2/3)} \frac{\tg x + 2}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x - 3} dx = -0,25(\ln 2 + \sqrt{2} \pi) = -1,284$ |                                                                                                   |
| 5.        | $\int_{-\pi/2}^0 2^8 \sin^8 x dx = 109,9557$                                                                  |                                                                                                   |
| 6.        | $\int_8^{12} \sqrt{\frac{6-x}{x-14}} dx = 4,1888$                                                             |                                                                                                   |
| 7.        | $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4} dx = 0,2165$                                                               |                                                                                                   |
| 8.        | $y=x^2 \sqrt{4-x^2}, y=0 (0 \leq x \leq 2). S=3,1416$                                                         | $x=2(t - \sin t), y=3 (0 \leq x < 4\pi, y \geq 3) y=2(1 - \cos t). S=5,1961$                      |
| 10.       | $z = \sin 3\varphi S=0,7854$                                                                                  | $y=e^x + 6, \ln \sqrt{8} \leq x \leq \ln \sqrt{15}. l=1,0912$                                     |
| 12.       | $x=e^t(\cos t + \sin t), 0 \leq t \leq \pi y=e^t(\cos t - \sin t). l=44,2812$                                 | $p=3e^{3\varphi/4}, 0 \leq \varphi \leq \pi/3 l=5,9664$                                           |
| 14.       | $x^2 + y^2 = 9, (y \geq 0) z=y, z=0. V=18$                                                                    | $x=\sqrt[3]{y-2}, x=1, y=1. V=19,7471$                                                            |
| 16.       | $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9} = 1,405$                                                     | 17. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}} = 1,8382$<br>18. $a=6,0; b=9,6; h=4,0. p=57,6 \cdot 10^4$ |

| Вариант 7                                                                                                                                |                                                                                                |                                                                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 1. $\int_0^{\pi} (9x^2 + 9x + 11) \cos 3x dx = -2(\pi + 1) = -8,2832$                                                                    |                                                                                                |                                                                  |
| 2. $\int_0^{1/2} \frac{8x - \arctg 2x}{1 + 4x^2} dx = \ln 2 - \frac{\pi^2}{64} = 0,5389$                                                 |                                                                                                |                                                                  |
| 3. $\int_{\arctg 1/2}^{\arctg 1/3} \frac{dx}{\sin x (1 - \sin x)} = 1 + \ln 1,5 = 1,4055$                                                |                                                                                                |                                                                  |
| 4. $\int_{\arcsin(1/\sqrt{37})}^{\pi/4} \frac{6 \lg x dx}{3 \sin 2x + 5 \cos^2 x} = \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \ln \frac{6}{11} = 0,3282$ |                                                                                                |                                                                  |
| 5. $\int_{\pi/2}^{\pi} 2^8 \sin^6 x \cos^2 x dx = 15,704$                                                                                |                                                                                                |                                                                  |
| 6. $\int_0^1 e^{\frac{\sqrt{1-x}}{1+x}} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1-x^2}} = 1,7183$                                                           |                                                                                                |                                                                  |
| 7. $\int_0^{\pi/2} \frac{x^4 dx}{(1-x^2)^{3/2}} = 0,0719$                                                                                |                                                                                                |                                                                  |
| 8. $y = \cos x \cdot \sin^2 x, y=0$<br>$(0 \leq x \leq \pi/2) \quad S = 0,3333$                                                          | 9. $x = 16 \cos^3 t, x = 6\sqrt{3} (x \geq 6\sqrt{3})$<br>$y = \sin^3 t. \quad S = 0,5435$     |                                                                  |
| 10. $z = 6 \sin 3\varphi,$<br>$z = 3 (z \geq 3). \quad S = 17,219$                                                                       | 11. $y = 2 + \arcsin \sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}$<br>$1/4 \leq x \leq 1. \quad l = 1$              |                                                                  |
| 12. $x = 3(t - \sin t), \pi \leq t \leq 2\pi.$<br>$y = 3(1 - \cos t). \quad l = 12$                                                      | 13. $\rho = 4e^{\frac{4\varphi}{3}},$<br>$0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3} \quad l = 15,2003$ |                                                                  |
| 14. $z = x^2 + 9y^2,$<br>$z = 3 \quad V = 4,7124$                                                                                        | 15. $y = xe^x,$<br>$y = 0, x = 1. \quad V = 5,0179$                                            |                                                                  |
| 16. $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx = 0,25$                                                                                                 | 17. $\int_0^{\pi/4} \frac{x dx}{\sin x^2}$<br>расходится                                       | 18. $a = 6,3; b = 10,2;$<br>$h = 4,0. \quad p = 60,8 \cdot 10^4$ |

| Вариант 8                                                                                                                                        |                                                                                       |                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| 1. $\int_0^{\pi} (8x^2 + 16x + 17) \cos 4x dx = 3,1416$                                                                                          |                                                                                       |                                                         |
| 2. $\int_1^4 \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} + 1}{(\sqrt{x} + x)^2} dx = 0,3333$                                                                       |                                                                                       |                                                         |
| 3. $\int_{\arctg 1/2}^{\pi} \frac{dx}{(1 + \sin x - \cos x)^2} = \frac{5}{3} - \ln 3 = 0,5681$                                                   |                                                                                       |                                                         |
| 4. $\int_0^{\pi/4} \frac{2 \lg^2 x - 11 \lg x - 22}{4 - \lg x} dx = 2 \ln \frac{3}{8} - \frac{5\pi}{4} = -5,8886$                                |                                                                                       |                                                         |
| 5. $\int_0^{\pi} 2^y \sin^y x \cos^y x dx = 1,1781$                                                                                              |                                                                                       |                                                         |
| 6. $\int_{5/2}^{10/3} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2})(x-2)^2} dx = 2,9431$                                              |                                                                                       |                                                         |
| 7. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{(4-x^2)^{3/2}} = 0,433$                                                                                          |                                                                                       |                                                         |
| 8. $y = \sqrt{e^x - 1}, y = 0,$<br>$x = \ln 2. \quad S = 0,4292$                                                                                 | 9. $x = 6 \cos t, y = \sqrt{3} (y \geq \sqrt{3}).$<br>$y = 2 \sin t. \quad S = 1,087$ |                                                         |
| 10. $z = \cos 3\varphi$<br>$S = 0,7854$                                                                                                          | 11. $y = \ln(x^2 - 1),$<br>$2 \leq x \leq 3. \quad l = 1,4055$                        |                                                         |
| 12. $x = \frac{1}{2} \cos t - \frac{1}{4} \cos 2t, \pi/2 \leq t \leq 2\pi/3$<br>$y = \frac{1}{2} \sin t - \frac{1}{4} \sin 2t. \quad l = 0,4142$ | 13. $\rho = \sqrt{2} e^{\varphi},$<br>$0 \leq \varphi \leq \pi/3. \quad l = 3,6993$   |                                                         |
| 14. $\frac{x^2}{y} + y^2 - z^2 = 1,$<br>$z = 0, z = 3. \quad V = 75,3982$                                                                        | 15. $y = 2x - x^2,$<br>$y = -x + 2, x = 0. \quad V = 5,6548$                          |                                                         |
| 16. $\int_4^{\infty} x \cos x dx$<br>расходится                                                                                                  | 17. $\int_2^4 \frac{3x dx}{2\sqrt{x^2 - 4}} = 6,4474$                                 | 18. $a = 6,6; b = 10,8$<br>$h = 4,0. \quad p = 64,10^4$ |

| Вариант 9                                                                                                                    |                                                                                           |                                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| 1. $\int_0^{2\pi} (3x^2 + 5) \cos 2x dx = 9,4248$                                                                            |                                                                                           |                                                    |
| 2. $\int_0^1 \frac{x dx}{x^4 + 1} = 0,3927$                                                                                  |                                                                                           |                                                    |
| 3. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{5 + 4 \cos x} = \frac{\pi}{8} - \frac{5}{6} \operatorname{arctg} \frac{1}{3} = 0,1246$   |                                                                                           |                                                    |
| 4. $\int_0^{\pi/2} \frac{3 \operatorname{tg} x + 1}{2 \sin 2x - 5 \cos 2x + 1} dx = -0,0385$<br>$-\operatorname{arctg}(1/3)$ |                                                                                           |                                                    |
| 5. $\int_0^{2\pi} \sin^2 x \cos^6 x dx = 0,2454$                                                                             |                                                                                           |                                                    |
| 6. $\int_1^8 \frac{5\sqrt{x+24}}{(x+24)^2 \sqrt{x}} dx = 0,125$                                                              |                                                                                           |                                                    |
| 7. $\int_0^1 \frac{x^y dx}{(2-x^2)^{3/2}} = 2,5 - 0,75\pi = 0,1438$                                                          |                                                                                           |                                                    |
| 8. $y = \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}$ ,<br>$y=0, x=1, x=e^3$ $S=2$                                                              | 9. $x=3(t-\sin t), y=3(0 \leq x < 6\pi, y \geq 3)$<br>$y=3(1-\cos t)$ $S=32,1372$         |                                                    |
| 10. $z = \cos \varphi, -\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/2$ ,<br>$z = \sqrt{2} \cos(\varphi - \pi/4)$ $S=0,5354$                  | 11. $y = \sqrt{1-x^2} + \operatorname{arccos} x$ ,<br>$0 \leq x \leq 8/9$ $\ell = 1,8856$ |                                                    |
| 12. $x = 3(\cos t + t \sin t), 0 \leq t \leq \pi/3$<br>$y = 3(\sin t - t \cos t)$ $\ell = 1,6449$                            | 13. $\rho = 5e^{5\varphi/12}$ ,<br>$0 \leq \varphi \leq \pi/3$ $\ell = 7,1113$            |                                                    |
| 14. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{64} = -1$ ,<br>$Z=16$ $V=402,1238$                                          | 15. $y = 2x - x^2$ ,<br>$y = -x + 2$ $V = 0,6283$                                         |                                                    |
| 16. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}} = 1,5708$                                                                      | 17. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} = 0,8411$                                 | 18. $a=6,9; b=11,4;$<br>$h=5,0$ $P=105 \cdot 10^4$ |

| Вариант 10                                                                                                                |                                                                                     |                                                    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| 1. $\int_0^{2\pi} (2x^2 - 15) \cos 3x dx = 2,7925$                                                                        |                                                                                     |                                                    |
| 2. $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{5}} \frac{x + 1/x}{\sqrt{x^4 + 1}} dx = 1 + 0,5 \ln 1,5 = 1,2097$                              |                                                                                     |                                                    |
| 3. $\int_0^{2\pi/3} \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x + \sin x} dx = \pi/3 + \ln 2 = 1,7403$                                   |                                                                                     |                                                    |
| 4. $\int_{\pi/4}^{\operatorname{arctg} 3} \frac{1 + \operatorname{ctg} x}{(\sin x + 2 \cos x)^2} dx = 0,2136$             |                                                                                     |                                                    |
| 5. $\int_0^{2\pi} \cos^8 \frac{x}{4} dx = 1,7181$                                                                         |                                                                                     |                                                    |
| 6. $\int_1^2 \frac{x + \sqrt{3x-2} - 10}{\sqrt{3x-2} + 7} dx = -0,8148$                                                   |                                                                                     |                                                    |
| 7. $\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}} = \frac{4}{3}\pi - 2\sqrt{3} = 0,7247$                                          |                                                                                     |                                                    |
| 8. $y = \arccos x$ ,<br>$y=0, x=0$ $S=1$                                                                                  | 9. $x = 8\sqrt{2} \cos^3 t, x=4 (x \geq 4)$<br>$y = \sqrt{2} \sin^2 t$ $S = 2,7124$ |                                                    |
| 10. $r = \sin \varphi, r = \sqrt{2} \cos(\varphi - \pi/4)$ ,<br>$(0 \leq \varphi \leq 3\pi/4)$ $S = 0,5354$               | 11. $y = \ln(1-x^2), 0 \leq x \leq 1/4$<br>$\ell = 0,2608$                          |                                                    |
| 12. $x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t$ ,<br>$y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t$ ,<br>$0 \leq t \leq \pi/3$ $\ell = 0,3828$ | 13. $\rho = 12^{12\varphi/5}$ ,<br>$0 \leq \varphi \leq \pi/3$ $\ell = 147,4889$    |                                                    |
| 14. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ ,<br>$Z=0, Z=2$ $V=69,115$                                      | 15. $y = e^{1-x}, y=0$ ,<br>$x=0, x=1$ $V=10,0359$                                  |                                                    |
| 16. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(1+x)} = 0,3068$                                                                        | 17. $\int_0^{\pi/12} \operatorname{ctg} x dx$<br>расходится                         | 18. $a=7,4; b=12,2;$<br>$h=6,0$ $p=162 \cdot 10^4$ |

| Вариант II                                                                                   |                                                                                   |                                                 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 1. $\int_0^{2\pi} (3-7x^2) \cos 2x dx = -21,9911$                                            |                                                                                   |                                                 |
| 2. $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{x-1/x}{\sqrt{x^2+1}} dx = 1 + 0,5 \ln(2/3) = 0,7973$    |                                                                                   |                                                 |
| 3. $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{1+\sin x - \cos x} = 0,5 \ln 2 - \pi/12 = 0,0848$  |                                                                                   |                                                 |
| 4. $\int_{\pi/4}^{\arccos(1/\sqrt{3})} \frac{\tan x}{\sin^2 x - 5 \cos^2 x + 4} dx = 0,0811$ |                                                                                   |                                                 |
| 5. $\int_0^{\pi} 2^4 \sin^8 \frac{x}{2} dx = 13,7445$                                        |                                                                                   |                                                 |
| 6. $\int_6^{10} \sqrt{\frac{4-x}{x-12}} dx = 4,1888$                                         |                                                                                   |                                                 |
| 7. $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx = 3,1416$                                                       |                                                                                   |                                                 |
| 8. $y = (x+1)^2$<br>$y^2 = x+1, S = 0,3333$                                                  | 9. $x = 2\sqrt{2} \cos t, y = 3 (y \geq 3)$<br>$y = 3\sqrt{2} \sin t, S = 3,4248$ |                                                 |
| 10. $z = 6 \cos 3\varphi$<br>$z = 3 (z \geq 3), S = 17,219$                                  | 11. $y = 2 + \operatorname{ch} x$<br>$0 \leq x \leq 1, l = 1,1752$                |                                                 |
| 12. $x = 6 \cos^3 t, 0 \leq t \leq \pi/3$<br>$y = 6 \sin^3 t, l = 6,75$                      | 13. $\rho = 1 - \sin \varphi$<br>$-\pi/2 \leq \varphi \leq -\pi/6, l = 2$         |                                                 |
| 14. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1, z = y\sqrt{3}$<br>$z = 0 (y \geq 0), V = 8$          | 15. $y = x^2$<br>$y^2 - x = 0, V = 0,9425$                                        |                                                 |
| 16. $\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2+x+1} = 2,4184$                                         | 17. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}} = 1,5$                                       | 18. $m = 7,0; H = 200$<br>$A = 13,6 \cdot 10^9$ |

| Вариант I2                                                                                                                           |                                                                                             |                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 1. $\int_0^{2\pi} (1-8x^2) \cos 4x dx = -6,2832$                                                                                     |                                                                                             |                                                 |
| 2. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{\operatorname{arctg} x + x}{1+x^2} dx = \ln 2 + \frac{\pi^2}{18} = 1,2415$                               |                                                                                             |                                                 |
| 3. $\int_0^{\pi/2} \frac{(1+\cos x) dx}{1+\cos x + \sin x} = \pi/4 + 0,5 \ln 2 = 1,132$                                              |                                                                                             |                                                 |
| 4. $\int_0^{\pi/4} \frac{6 \sin^2 x}{3 \cos 2x - 4} dx = \frac{1}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \sqrt{7} - \frac{\pi}{4} = -0,3283$ |                                                                                             |                                                 |
| 5. $\int_{-\pi}^0 2^2 \sin^4 x \cos^2 x dx = 31,4159$                                                                                |                                                                                             |                                                 |
| 6. $\int_0^2 \frac{(4\sqrt{2-x} - \sqrt{2x+2}) dx}{(\sqrt{2x+2} + 4\sqrt{2-x})(2x+2)^2} = 0,0447$                                    |                                                                                             |                                                 |
| 7. $\int_0^4 \frac{dx}{(16+x^2)^{3/2}} = 0,0442$                                                                                     |                                                                                             |                                                 |
| 8. $y = 2x - x^2 + 3$<br>$y = x^2 - 4x + 3, S = 9$                                                                                   | 9. $x = 6(t - \sin t), y = 9 (0 < x < 12\pi, y \geq 9)$<br>$y = 6(1 - \cos t), S = 46,7654$ |                                                 |
| 10. $z = 5 \cos 3\varphi$<br>$z = 3 (z \geq 3), S = 5,4978$                                                                          | 11. $y = 1 - \ln \cos x$<br>$0 \leq x \leq \pi/6, l = 0,5493$                               |                                                 |
| 12. $x = e^t (\cos t + \sin t), \pi/2 \leq t \leq \pi$<br>$y = e^t (\cos t - \sin t), l = 36,6603$                                   | 13. $\rho = 2(1 - \cos \varphi)$<br>$-\pi \leq \varphi \leq -\pi/2, l = 5,6568$             |                                                 |
| 14. $z = 2x^2 + 8y^2$<br>$z = 4, V = 6,2832$                                                                                         | 15. $x^2 + (y-2)^2 = 1$<br>$V = 39,4784$                                                    |                                                 |
| 16. $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{(x+1)^3} = 0,5$                                                                                     | 17. $\int_0^5 \frac{5 dx}{\sqrt{25-x^2}} = 7,854$                                           | 18. $m = 7,0; H = 250$<br>$A = 16,8 \cdot 10^9$ |

| Вариант 13                                                                                         |                                                                                   |                                                 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 1. $\int_0^0 (x^2 + 2x + 1) \sin 3x dx = -\frac{7}{27} - \frac{2}{27} \cos 3 = -0,1859$            |                                                                                   |                                                 |
| 2. $\int_0^{-1/\sqrt{3}} \frac{x - (\arctg x)^4}{1+x^2} dx = \ln 2 - 0,2(\pi/3)^5 = 0,4413$        |                                                                                   |                                                 |
| 3. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{1 + \cos x + \sin x} = \pi/4 - 0,5 \ln 2 = 0,4388$             |                                                                                   |                                                 |
| 4. $\int_0^{\arctg 3} \frac{4 + \tg x}{2 \sin^2 x + 18 \cos^2 x} dx = \pi/6 + 0,25 \ln 2 = 0,6969$ |                                                                                   |                                                 |
| 5. $\int_{\pi/2}^{\pi} 2^8 \sin^4 x \cos^4 x dx = 9,4225$                                          |                                                                                   |                                                 |
| 6. $\int_{-1/2}^0 \frac{x dx}{2 + \sqrt{2x+1}} = 7/6 - 3 \ln 1,5 = -0,0497$                        |                                                                                   |                                                 |
| 7. $\int_0^y x^2 \sqrt{16-x^2} dx = 50,2655$                                                       |                                                                                   |                                                 |
| 8. $y = x\sqrt{36-x^2}, y=0$<br>$(0 \leq x \leq 6) \quad S = 72$                                   | 9. $x = 32 \cos^3 t, x=4 (x \geq 4)$<br>$y = \sin^3 t, \quad S = 7,3702$          |                                                 |
| 10. $z = \cos \varphi, z = \sin \varphi$<br>$0 \leq \varphi \leq \pi/2 \quad S = 0,1427$           | 11. $y = e^x + 13$<br>$\ln \sqrt{15} \leq x \leq \ln \sqrt{24}, \quad l = 1,0527$ |                                                 |
| 12. $x = 2,5(t - \sin t), \pi/2 \leq t \leq \pi$<br>$y = 2,5(1 - \cos t), \quad l = 7,0711$        | 13. $\rho = 3(1 + \sin \varphi)$<br>$-\pi/6 \leq \varphi \leq 0, \quad l = 1,907$ |                                                 |
| 14. $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{25} - z^2 = 1$<br>$z=0, z=2, \quad V = 659,7344$                  | 15. $y = 1-x^2, x = \sqrt{y-2}$<br>$x=0, x=1, \quad V = 15,708$                   |                                                 |
| 16. $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx = 0,5$                                                          | 17. $\int_0^2 \frac{\sqrt{2e}}{\sqrt{x}} dx = 7,6885$                             | 18. $m = 6,0; H = 300$<br>$A = 17,2 \cdot 10^9$ |

| Вариант 14                                                                                                                         |                                                                                   |                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 1. $\int_0^3 (x^2 - 3x) \sin 2x dx = 0,25(3 \sin 6 + \cos 6 - 1) = -0,2195$                                                        |                                                                                   |                                                 |
| 2. $\int_0^1 \frac{x^3}{x^4 + 1} dx = 0,5 - 0,5 \ln 2 = 0,1534$                                                                    |                                                                                   |                                                 |
| 3. $\int_0^{\arctg 1/2} \frac{1 + \sin x}{(1 - \sin x)^2} dx = 8,6667$                                                             |                                                                                   |                                                 |
| 4. $\int_0^{\arctg 2} \frac{12 + \tg x}{3 \sin^2 x + 12 \cos^2 x} dx = \pi/2 + \frac{1}{8} \ln 2 = 1,6863$                         |                                                                                   |                                                 |
| 5. $\int_0^{\pi} 2^y \sin^2 x \cos^6 x dx = 1,9635 \quad \frac{3\pi}{8} = 1,1775$                                                  |                                                                                   |                                                 |
| 6. $\int_0^y e^{\sqrt{\frac{y-x}{y+x}}} \frac{dx}{(4+x)\sqrt{16-x^2}} = 0,25(e-1) = 0,4296$                                        |                                                                                   |                                                 |
| 7. $\int_0^{5/2} \frac{x^2 dx}{\sqrt{25-x^2}} = 1,1323$                                                                            |                                                                                   |                                                 |
| 8. $x = \arccos y$<br>$x=0, y=0, \quad S = 1$                                                                                      | 9. $x = 3 \cos t, y = 4 (y \geq 4)$<br>$y = 8 \sin t, \quad S = 14,7404$          |                                                 |
| 10. $z = \sqrt{2} \cos(\varphi - \pi/4), \pi/4 \leq \varphi \leq 3\pi/4$<br>$z = \sqrt{2} \sin(\varphi - \pi/4), \quad S = 0,2854$ | 11. $y = -\arccos \sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}$<br>$0 \leq x \leq 1/4, \quad l = 1$    |                                                 |
| 12. $x = 3,5(2 \cos t - \cos 2t)$<br>$y = 3,5(2 \sin t - \sin 2t)$<br>$0 \leq t \leq \pi/2, \quad l = 8,201$                       | 13. $\rho = 4(1 - \sin \varphi)$<br>$0 \leq \varphi \leq \pi/6, \quad l = 2,5427$ |                                                 |
| 14. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{36} = -1$<br>$z = 12, \quad V = 150,7964$                                          | 15. $y = x^2, y = 1$<br>$x = 2, \quad V = 16,3363$                                |                                                 |
| 16. $\int_1^{\infty} \frac{\arctg x}{x^2} dx = 1,132$                                                                              | 17. $\int_1^5 \frac{dx}{x \ln x}$ расхождение                                     | 18. $m = 6,0; H = 350$<br>$A = 19,9 \cdot 10^9$ |