

Тема: "Применение подобия к доказательству теорем и решению задач"

Класс: 8.

Учитель: Товпеко Антонина Анатольевна.

Цель: 1) повторить свойства: медиан треугольника, высоты прямоугольного треугольника, катета прямоугольного треугольника;

2) организовать работу учащихся по использованию свойств (медиан треугольника, высоты прямоугольного треугольника, катета прямоугольного треугольника) при решении задач.

Задачи:

формировать знания и умения, необходимые для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин,

умение применять полученные знания в новой ситуации;

развивать память, аргументированную речь, любознательность, познавательный интерес, творческую самостоятельность мышления учащихся,

умственные операции (приём создания образа, перенос знаний, обобщение, сравнение, анализ, синтез), вычислительные навыки,

коммуникативные навыки общения и умения слушать и слышать,

умения находить необходимую информацию с помощью различных источников, умения организации учебного труда,

способствовать освоению приёмов использования новых информационных технологий на уроке;

воспитывать аккуратность, дисциплину, настойчивость в достижении цели,

ответственное отношение к учёбе, самостоятельность, аккуратность, трудолюбие,

чувство взаимопомощи, культуры общения, внимание, самоконтроль, интерес к предмету, бережное отношение к школьному имуществу, рациональную организацию бюджета времени,

воспитывать у учащихся навыки учебного труда.

воспитывать культуру устной и письменной математической речи.

прививать интерес к истории математики.

Тип урока: совершенствование знаний, умений, навыков

Виды учебной деятельности: практикум по решению задач, выполнение тестовых заданий.

Оборудование: учебник, тетрадь, карточки, схемы в презентации.

План урока.

I.	Оргмомент.
II.	Самоопределение темы урока, целей урока
III.	Обсуждение схемы решения геометрических задач
IV.	Решение задач
V.	Физкультминутка
VI.	Решение задач
VII.	Тест
VIII.	Подведение итогов урока. Рефлексия
IX.	Домашнее задание

ХОД УРОКА:

I. Оргмомент.

Создал нас Бог себе в подобие!
Кого? Да каждого из нас.
Но не душой. Душой убогие.
Похоже, лишь создал каркас.

Е. Лец

II. Самоопределение темы урока, целей урока

Учитель: Ребята, какая тема урока сегодня будет у нас сегодня?

Учащиеся: делают предположения.

Учитель выслушивает все варианты и обобщает: **"Применение подобия к доказательству теорем и решению задач"**.

Учитель: ставим перед собой цели и задачи.

Учащиеся: будем решать задачи по теме урока, применяя знания по теме "Подобие".

Учитель: давайте перечислим конкретно, что мы должны знать по теме "Подобие"?

Учащиеся: Определение подобных треугольников.

Признаки подобия треугольников. Свойства: медиан треугольника, высоты прямоугольного треугольника, катета прямоугольного треугольника.

III. Обсуждение схемы решения геометрических задач

(Слайд 1)



Учащийся: Сначала мы отвечаем на вопросы: Какая фигура? Что известно? Что надо найти? Какая формула? Затем мы выбираем метод решения, поэтому отвечаем на вопрос: Какой метод? Геометрический метод используем тогда, когда в формуле, которую мы хотим применить, уже известны какие-то данные, а другие можем вычислить, важно выделить только фигуру, из которой это можно сделать. Алгебраический метод используем тогда, когда сразу из формулы не можем найти неизвестную величину, в этом случае вводим переменную.

IV. Решение задач

Задача №571. В $\triangle ABC$ медианы AA_1 и BB_1 пересекаются в точке O . Найдите площадь $\triangle ABC$, если площадь $\triangle ABO$ равна S .

Учитель: Читаем условие задачи №571.

К доске вызывается учащийся, который отвечает на вопросы, пользуясь схемой на слайде.

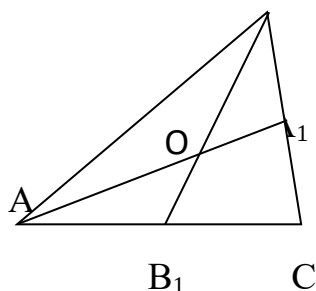
Учащийся: В задаче речь идёт о $\triangle ABC$. Известно, что медианы AA_1 и BB_1 пересекаются в точке O , а площадь $\triangle ABO$ равна S . Требуется найти площадь $\triangle ABC$.

Учитель: Сделайте чертёж и нанесите данные. Запишите кратко условие и требование задачи.

Вид доски: В

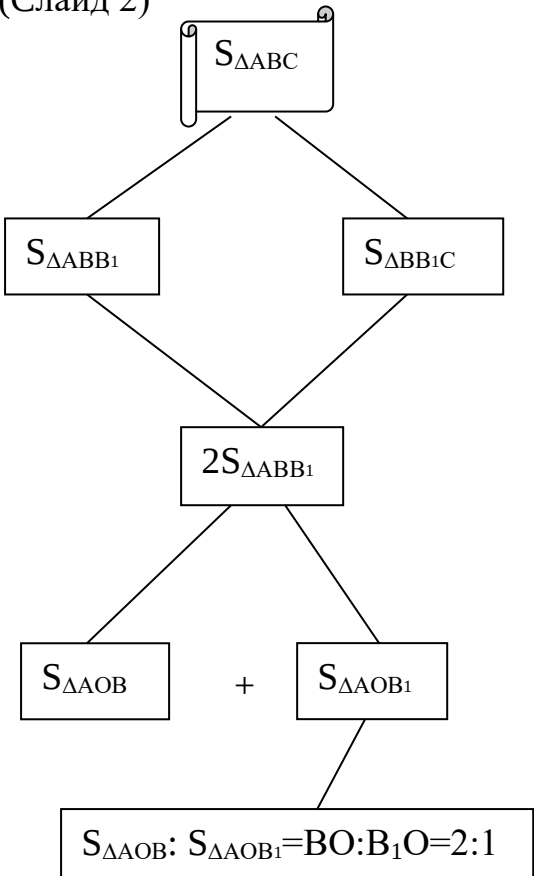
Дано: $\triangle ABC$; AA_1, BB_1 - медианы, $AA_1 \cap BB_1 = O$;

$S_{\triangle ABO} = S$. Найти: $S_{\triangle ABC}$.



Поиск путей решения:

Деятельность учителя	Деятельность учащегося
Можно ли решить задачу сразу? Что делает медиана BB_1 с $\triangle ABC$? Что это значит?	Нет Она разбивает $\triangle ABC$ на два равновеликих треугольника. Достаточно найти $S_{\triangle ABB_1}$ и, умножив её на два, получим искомую площадь:
Как найти $S_{\triangle AOB_1}$? Для чего?	$S_{\triangle ABB_1} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOB_1}$ Так как $S_{\triangle AOB}$ известна, достаточно найти $S_{\triangle AOB_1}$, чтобы найти $S_{\triangle ABB_1}$. Надо рассмотреть $\triangle AOB$ и $\triangle AOB_1$. По свойству медиан треугольника имеем:
Дальше.	$BO : B_1O = 2 : 1$ $\triangle AOB$ и $\triangle AOB_1$ имеют одну общую высоту из вершины A , обозначим её через h .
Хорошо.	Тогда $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \cdot BO \cdot h$ $S_{\triangle AOB_1} = \frac{1}{2} \cdot B_1O \cdot h$ Тогда $S_{\triangle AOB} : S_{\triangle AOB_1} = 2 : 1$. Тогда $S_{\triangle AOB_1} = \frac{1}{2} S$.
Давайте повторим план решения задачи	1. Находим отношение площадей $\triangle AOB$ и $\triangle AOB_1$.

По ходу повторения плана решения задачи составляется блок-схема	2. Находим $S_{\triangle ABB_1}$, как сумму площадей $\triangle AOB$ и $\triangle AOB_1$. 3. Находим $S_{\triangle ABC}$, как сумму площадей равновеликих треугольников.
(Слайд 2)  Учитель: Можно ли рассмотренную задачу решить другим способом? Как вы думаете, каким способом? Итак, зная приведенную теорему, можно решить задачу? Молодцы! Запишите себе в тетрадь второй способ решения задачи.	Да Есть теорема: «Медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников». Если площадь 2-х равновеликих треугольников равна S, тогда площадь шести равновеликих треугольников будет равна $3S$.

V. Физкультминутка

1) Физминутка для глаз:

1. Обведите взглядом стену класса по периметру по часовой стрелке, классную доску — против часовой стрелки.
2. Сравните два треугольника — изображённый на стенде и равный ему, но расположенный в другом направлении.

2) Двигательные упражнения, связанные с геометрическими понятиями.

Имитируем движения, которые иллюстрируют свойства подобных фигур:

- а) покажите, как выглядят два подобных треугольника с разным масштабом;
- б) выполните простые упражнения на растяжку, связанные с пропорциями.

VI. Решение задач

Учитель: задача № 575.

Катеты прямоугольного треугольника относятся, как 3:4, а гипотенуза равна 50 мм. Найдите отрезки, на которые гипотенуза делится высотой, проведённой из вершины прямого угла.

К доске вызывается ученик.

Учащийся: В задаче речь идёт о прямоугольном треугольнике.

Известно, что катеты прямоугольного треугольника относятся, как 3:4, а гипотенуза равна 50 мм.

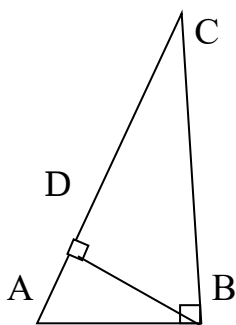
Надо найти отрезки, на которые гипотенуза делится высотой, проведённой из вершины прямого угла.

Учитель: Сделайте чертёж и нанесите данные. Запишите кратко условие и требование задачи.

Вид доски:

Дано: $\triangle ABC$; $\angle B = 90^\circ$; $AB:BC = 3:4$, $AC = 50$ мм;
 $BD \perp AC$.

Найти: AD , DC .



Учащийся: Для решения данной задачи используется утверждение «Катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное между гипотенузой и отрезком гипотенузы, заключённым между катетом и высотой, проведённой из вершины прямого угла.

Данную задачу будем решать геометрическим методом.

Поиск путей решения:

Деятельность учителя	Деятельность учащегося
Что можно найти, зная длину гипотенузы и отношение катетов? Каким образом?	Зная длину гипотенузы и отношение катетов, можно найти с помощью вышеуказанного утверждения отрезки, на которые гипотенуза делится высотой, проведённой из вершины прямого угла. Надо выразить из формулы отрезки, на которые гипотенуза делится высотой, проведённой из вершины прямого угла через катеты и гипотенузу.

Вид доски:

$AB:BC=3:4$ (по условию), $AC=50$ мм, $BD \perp AC$.

Так как $BC = \sqrt{AC * DC}$, то $DC = \frac{BC^2}{AC}$.

Аналогично, $AD = \frac{AB^2}{AC}$ и $\frac{AD}{DC} = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = \frac{9}{16}$,

тогда $AD = \frac{9DC}{16}$ и $AC = AD + DC = DC(1 + \frac{9}{16}) = 50$ мм.

Отсюда $DC = 32$ мм, $AD = 18$ мм.

Ответ: 18 мм, 32 мм.

Учитель: Можно ли задачу решить алгебраическим методом?

Учащийся: Да, можно. Обозначим один из катетов за $3x$, а второй за $4x$. Тогда по теореме пифагора:

$$(3x)^2 + (4x)^2 = 50^2;$$

$$9x^2 + 16x^2 = 2500;$$

$$25x^2 = 2500;$$

$$x^2 = 100;$$

$$x = 10.$$

Отсюда первый катет - 30мм, а второй катет 40 мм.

Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle ADB$. Они подобны. Тогда можно записать:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DB} = \frac{AC}{AB}; AD = \frac{AB * AB}{AC} = \frac{30 * 30}{50} = 18 \text{ (мм)}, DC = AC - AD = 50 - 18 = 32 \text{ (мм)}.$$

Ответ: 18 мм, 32 мм.

Учитель: Молодцы!

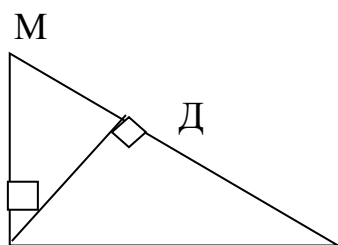
VII. Тест.

Учитель: Чтобы проверить, насколько вы успешно усвоили решение данной задачи, проведём тест.

Даны четыре способа решения задач, найти правильное, если оно есть, если его нет, то как бы вы ответили?

Задача1. В прямоугольном треугольнике МКЕ угол К равен 90° , $КЕ = 8$ см, $МЕ = 16$ см, КД - высота. Найдите длину отрезка ДМ.

Решение (А)



К
(см).

По теореме Пифагора: $МК =$

$$= \sqrt{МЕ^2 + КЕ^2} = \sqrt{256 + 64} =$$

$$= \sqrt{320} = 8\sqrt{5} \text{ (см);}$$

$$Е МК = \sqrt{МЕ * МД} ; МД = \frac{МК^2}{МЕ} ; МД = \frac{(8\sqrt{5})^2}{16} = \frac{320}{16} = 20$$

Ответ: 20 см.

Решение (Б)

По теореме Пифагора: $МК = \sqrt{МЕ^2 - КЕ^2} = \sqrt{256 - 64} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3} \text{ (см);}$

$$МК = \sqrt{МЕ * МД} ; МД = \frac{МК^2}{МЕ} ; МД = \frac{(8\sqrt{3})^2}{16} = \frac{192}{16} = 12 \text{ (см).}$$

Ответ: 12 см.

Решение (В)

По теореме Пифагора: $МК = \sqrt{МЕ^2 + КЕ^2} = \sqrt{256 + 64} = \sqrt{320} = 8\sqrt{5} \text{ (см);}$

$$МК = \sqrt{МЕ * МД} ; МД = \frac{МК}{МЕ} ; МД = \frac{8\sqrt{5}}{16} = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ (см).}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{5}}{2}$ см.

Решение (Г)

По теореме Пифагора: $MK = \sqrt{ME^2 - KE^2} = \sqrt{256 - 64} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3} \text{ (см)};$
 $MK = \sqrt{ME * MD} ; MD = \frac{MK}{ME} ; MD = \frac{8\sqrt{3}}{16} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (см)}.$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см.

Учитель: Ребята, проведём взаимопроверку. Обменялись тетрадями, взяли ручки с зелёными стержнями и проверили: правильно ли решили ваши одноклассники. На слайде есть правильный ответ. Оцените: если правильно решили, то «+», если не правильно, то «-».

VIII. Подведение итогов. Рефлексия. Оценивание работы учащихся.

Деятельность учителя	Деятельность учащегося
Урок подошел к концу. Давайте подведём его итог. Что мы сегодня повторили?	Свойство медиан треугольника, свойства катета и высоты прямоугольного треугольника.
Где мы это использовали?	При решении задач.
Что новое мы вынесли из решения задач?	Новый математический факт: «Медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников»

IX. Домашнее задание:

1. Запомнить новый математический факт: «Медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников»
2. Дома решить задачи: №576, 570.

Урок окончен. Спасибо за активное участие!

Используемая литература:

1. Анастаси А. Психологическое тестирование: Книга 2; Пер. с англ. /Под ред. К. М. Гуревича, В. И. Лубовского. - М.: Педагогика, 1982.
2. Атанасян Л. С., Бутузов В.Ф. и др. Геометрия 7-9: Учебник для 7-9 классов средней школы - М.: Просвещение, 2017.

3. Ершова А. П. Голобородько В.В., Ершова А.С. Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и геометрии для 8 класса. - М.: Илекса, 2003.
4. Кожухов С.К. Итоговые тесты по математике. - Орёл: ИО УУ, 1999.
5. Теория и практика для создания тестов для системы образования. (Как выбирать, создавать и использовать тесты для целей образования). - М., «Интеллект - центр», 2001.