

*Методический практикум «Деятельность учителя
по достижению обучающимися высоких
образовательных результатов ОГЭ по
математике»*

Обсуждение единых требований
и критериев при проверке заданий
с развёрнутым ответом части ОГЭ.

Логвинова В.Л.

Общие требования к
выполнению заданий с
развёрнутым ответом:

- Решение должно быть математически грамотным, полным и **завершенным** ;
- Из него должен быть понятен ход рассуждений экзаменуемого
- **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными.**
- Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего образования

Каждое задание второй части КИМ ОГЭ по математике оценивается в баллах.

Максимальный балл равен 2.

Тематическая принадлежность заданий осталась неизменной по сравнению с 2024 г.

№ 20 – упрощение алгебраических выражений, решение уравнений, неравенств или систем уравнений

№ 21 – текстовая задача

№ 22 – построение графика функции

№ 23 – геометрическая задача на вычисление

№ 24 – геометрическая задача на доказательство

№ 25 – геометрическая задача высокого уровня сложности

Критерии оценивания выполнения задания 20

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены <u>вычислительные ошибки</u> , с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решите неравенство $(x-2)^2 < \sqrt{3}(x-2)$.

№ 20

$$(x-2)^2 < \sqrt{3}(x-2)$$

$$(x-2)^2 - \sqrt{3}(x-2) < 0$$

$$(x-2)((x-2) - \sqrt{3}) < 0$$

$$(x-2)(x+2-\sqrt{3}) < 0$$

$$x-2 < 0 \quad \text{или} \quad x+2-\sqrt{3} < 0$$

$$x < 2 \quad \text{или} \quad x < \sqrt{3}-2$$



Ответ: $(\sqrt{3}-2; 2)$

0 баллов

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$.

Ответ: 1,5; 0,8.

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0; \quad \frac{1}{(x-1)(x-1)} + \frac{3(x-1)}{(x-1)(x-1)} - \frac{10(x-1)(x-1)}{(x-1)(x-1)} = 0;$$

$$1 + 3(x-1) - 10(x-1)(x-1) = 0, \text{ если } x \neq 1$$

$$1 + 3x - 3 - 10(x-1)^2 = 0;$$

$$-2 + 3x - 10x^2 + 20x - 10 = 0;$$

$$-10x^2 + 23x - 12 = 0 \quad | \cdot (-1);$$

$$10x^2 - 23x + 12 = 0;$$

$$D = b^2 - 4ac; D = 529 - 4 \cdot 10 \cdot 12 = 529 - 480 = 49$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{23 + 7}{2 \cdot 10} = \frac{30}{20} = 1,5; \quad x_2 = \frac{23 - 7}{20} = \frac{16}{20} = 0,8$$

Ответ: 1,5; 0,8

1 балл

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$.

Ответ: 1,5; 0,8.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0 \quad N \equiv 20 \\ & \frac{1 + 3(x-1) - 10(x-1)^2}{(x-1)^2} = 0 \\ & 1 + 3x - 3 - 10(x^2 - 2x + 1) = 0 \\ & \underline{1} + \underline{3x} - \underline{3} - 10x^2 + \underline{20x} - \underline{10} = 0 \\ & -10x^2 + 23x - 12 = 0 \\ & D = b^2 - 4ac, \quad D = 529 - 480 = 49 = \boxed{\pm 7^2} \\ & x_1 = \frac{-23 \pm 7}{-20} = \cancel{1,5} \quad x_2 = \frac{23 - 7}{-20} = \frac{-16}{20} = \cancel{0,8} \\ & \text{Ответ: } \cancel{1,5; 0,8} \quad 1,5; \quad 0,8 \end{aligned}$$

Имеются ошибки в вычислении корней квадратного уравнения и ошибка в знаке при делении чисел с разными знаками.

0 балл

Критерии оценивания выполнения задания 21

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
<u>Верно составлена математическая модель задачи (в алгебраической или иной форме),</u> однако решение до конца не доведено или содержит ошибки ИЛИ Решение в целом верное, но <u>содержит несущественные недостатки</u> или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Математическая модель

Оформляется либо таблицей,
либо описывается
составление уравнения
словесно

Вводим неизвестное x ,
и должны прописать что это такое

	$v, \text{ км/ч}$	$t, \text{ ч}$	$s, \text{ км}$
I авт	$x+30$	$\frac{720}{x+30}$	720
II авт	x	$\frac{720}{x}$	720

Пусть x - собствен. скорость II автомобиля

$$\frac{720}{x} - \frac{720}{x+30} = 4 \quad \left| \cdot x(x+30) \right. \quad \begin{matrix} x \neq 0 \\ x \neq -30 \end{matrix}$$

$$720x + 2160 - 720x = 4x^2 + 120x$$

$$2160 - 4x^2 - 120x = 0 \quad (-1)$$

$$4x^2 + 120x - 2160 = 0 \quad | :4$$

$$x^2 + 30x - 540 = 0$$

$$D = 900 + 4 \cdot 540 = 3060$$

$$x_1 = \frac{-30 + 6\sqrt{85}}{2} = -15 + 3\sqrt{85}$$

$$x_2 = \frac{-30 - 6\sqrt{85}}{2} = -15 - 3\sqrt{85} < 0$$

$$v_{\text{I автомобиля}} \rightarrow -15 + 3\sqrt{85} + 30 = 3\sqrt{85} + 15$$

$$\text{Ответ: } 3\sqrt{85} + 15$$

1 балл

Математическая модель

Оформляется либо таблицей, либо составление уравнения словесно

Вводим неизвестное x ,
и должны прописать что это такое

Пусть скорость первого велосипедиста равна x км/ч. Тогда скорость второго велосипедиста равна $(x-2)$ км/ч. Тогда время, за которое прибудет до финиша первый велосипедист, равно $\left(\frac{224}{x}\right)$ ч. Тогда второй велосипедист прибудет до финиша за $\left(\frac{224}{x-2}\right)$ ч. По условию задачи известно, что первый велосипедист прибывает к финишу на 2 часа раньше. Составим и решим уравнение:

$$\begin{aligned}\frac{224}{x-2} - \frac{224}{x} &= 2 \\ \frac{x(x-2) \cdot 224}{x-2} - \frac{x(x-2) \cdot 224}{x} &= 2x(x-2) \\ 224x - 224(x-2) &= 2x(x-2) \\ 224x - 224x + 448 &= 2x^2 - 4x \\ -2x^2 + 4x + 448 &\quad | : (-2) \\ x^2 - 2x - 224 &= 0\end{aligned}$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-224) = 4 + 896 = 900$$

$$x_1 = \frac{-(-2) + \sqrt{900}}{2 \cdot 1} = \frac{2 + 30}{2} = 16$$

$$x_2 = \frac{-(-2) - \sqrt{900}}{2 \cdot 1} = \frac{2 - 30}{2} = -\frac{28}{2} = -14$$

Условию задачи удовлетворяет x_1 .
Ответ: 16 км/ч.

1 балл

Решение дробно-рационального уравнения **необязательно** следовать полному алгоритму с прописыванием отличия от нуля знаменателя.

При получении квадратного уравнения делается **ошибка в нахождении корней** (даже если оба неправильные)- считается вычислительной ошибкой **-1 балл**

При вычислении дискриминанта и решение с ошибкой (возможно ещё с одной), то ставится 1(один) балл.

Но , если ошибка в формуле корней квадратного уравнения -0 баллов

При нахождении (например: скоростей велосипедиста) в ответ учащийся **указывает значение не того**, что спрашивается, считается несущественным недостатком и также ставится **1(один) балл**.

Ограничения прописываем, почему проводим отбор корней из двух?

Обязательно указываем единицы измерения

Если хотя бы раз написал в решении единицы измерения (при составлении вспомогательной таблицы) или они появились только в записи ответа (возможно предответа), и других недостатков нет, то ставится **2 (два) балла**.

Критерии оценивания выполнения задания 22

Содержание критерия	Баллы
График построен верно, верно <u>найлены искомые значения параметра</u>	2
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>2</i>

22. (1) Постройте график функции

$$y = -5 - \frac{x - 2}{x^2 - 2x}$$

Определите, при каких значениях t прямая $y=t$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Преобразуем выражение:
при условии, что $x \neq 2$

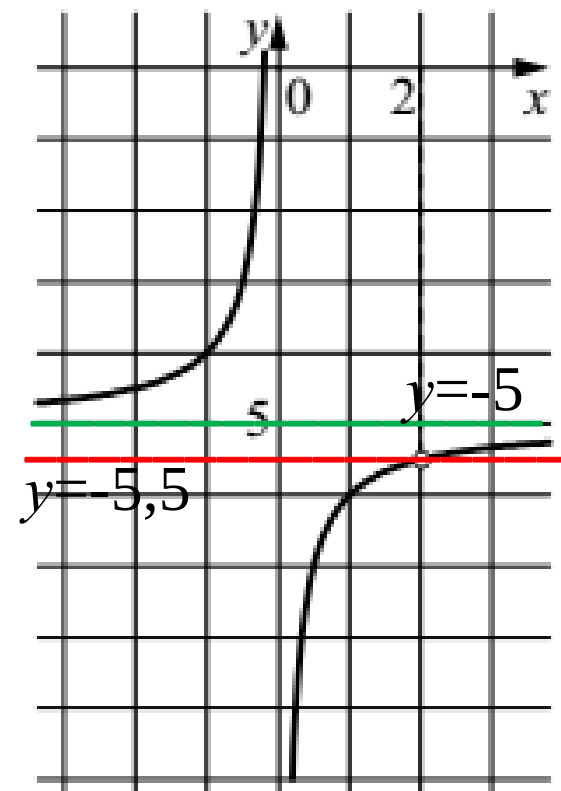
$$-5 - \frac{x - 2}{x^2 - 2x} = -5 - \frac{1}{x}$$

Графиком является гипербола, с выколотой точкой $(1; -6)$.

x	-2	-1	1
y	-4,5	-4	-6

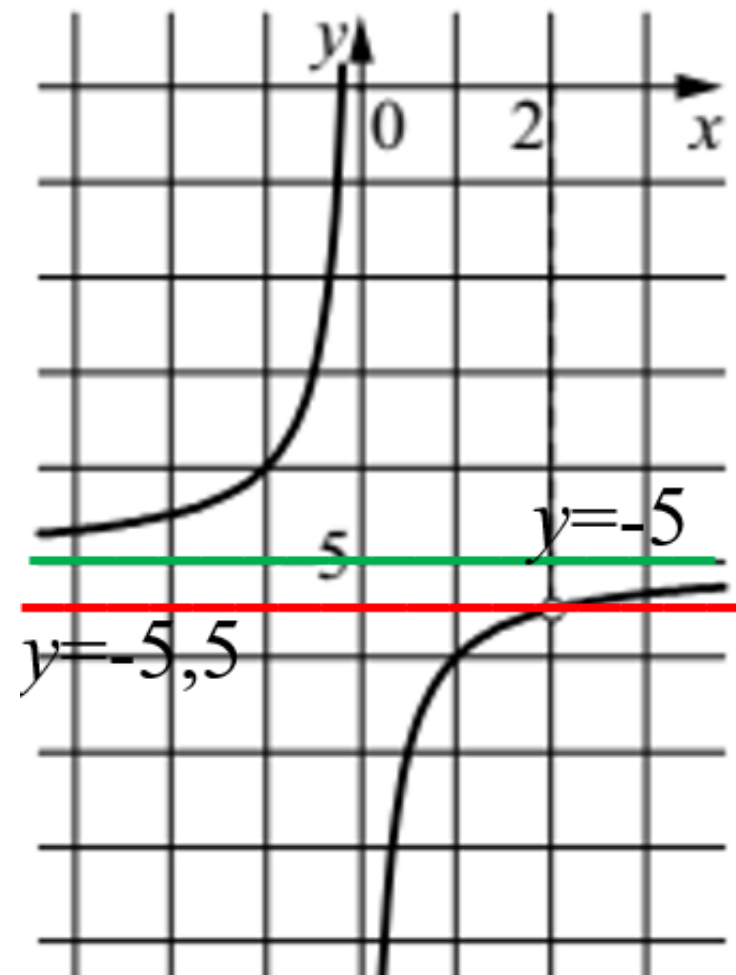
Прямая $y=t$ (параллельная оси абсцисс) не имеет с графиком ни одной общей точки при $t = -5$ и $t = -5,5$.
При остальных значениях имеет одну общую точку.

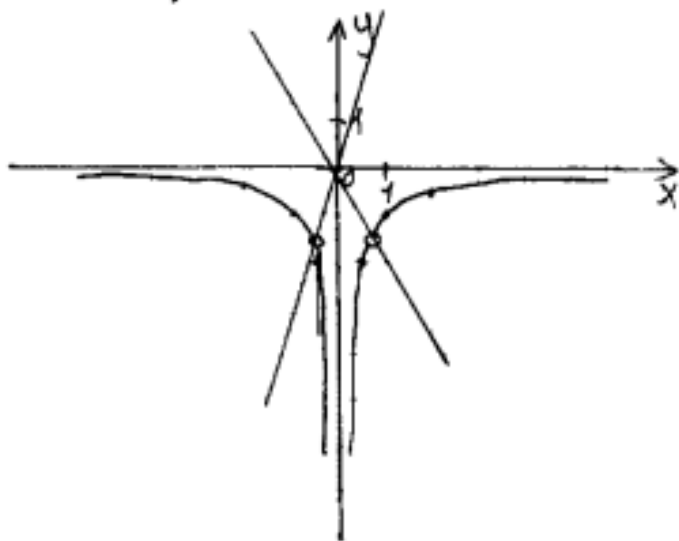
Ответ: -5 и -5,5.



Если точка не выколота, считается график построен не верно – это **0 (ноль) баллов**.

Значения параметра должны быть обоснованы либо **словесное описание**, либо **геометрическое пояснение** (проведение двух прямых, параллельных оси абсцисс через выколотую точку и совпадающую с асимптотой). Эти прямые могут быть подписаны прямо на рисунке (уравнение).





Пример нахождения параметра

$y = kx$ не будет иметь общих точек с графиком если $y = 0$ (~~$k = 0$~~) то есть $k = 0$ или если он будет проходить через фокальные точки $(\frac{2}{3}, -\frac{3}{2})$ и $(-\frac{2}{3}, -\frac{3}{2})$.

$$-\frac{3}{2} = k \cdot \frac{2}{3}$$

$$k = -\frac{9}{4} \neq$$

$$k = -2,25$$

$$-\frac{3}{2} = -\frac{2}{3} k$$

$$k = \frac{9}{4}$$

$$k = 2,25$$

Ответ. $k = -2,25; 0; 2,25$.

22. (2) Постройте график функции

$$y = |x^2 + x - 2|$$

Какое наибольшее число общих точек может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение.

Построим график функции $y = x^2 + x - 2$ при $x < -2$ и $x > 1$ и график

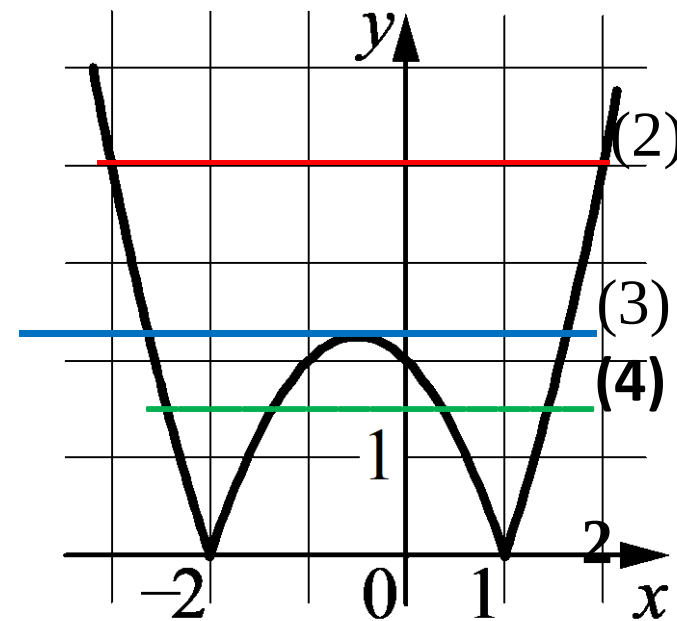
функции $y = -x^2 - x + 2$ при $-2 \leq x \leq 1$

Это части парабол, координаты вершины $(-0,5; 2,25)$.

x	-3	-2	0	1	2
y	4	0	2	0	4

График данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс, 0, 2, 3 или 4 общие точки.

Ответ: 4.



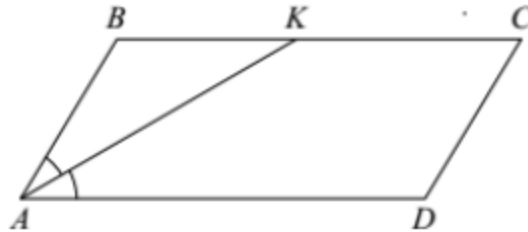
Простое **словесное описание**, что количество точек 2, 3 или 4 при таких то значениях ординаты) тогда ставится 2 (два) балла для правильно построенного графика. Случай отсутствия общих точек при отрицательных ординатах желателен, но не обязателен.

Критерии оценивания выполнения задания 23

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Решение в целом верное, но <u>содержит несущественные недостатки</u> или вычислительные ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Участник экзамена может использовать, без доказательств и обоснований, утверждения, факты, методы из **любого действующего учебника**. Если утверждение отсутствует в учебниках или избыточно, но **эквивалентно общеизвестному** (например, утверждение о подобии треугольников по трём углам), то оно является истинным, и потому использование такого утверждения не является ошибкой.

2. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 6$, $CK = 10$.



Ответ: 44.

Необходимо доказать, что **биссектриса отсекает равнобедренный треугольник**, такой теоремы в учебнике нет, она дается в виде задачи, поэтому отсутствие обоснования является несущественным недостатком и тогда выставляется оценка в **1 (один) балл**.

Также если имеется и вычислительная ошибка (ошибки), и есть неполные объяснения, также оценивается в **0(ноль) баллов**.

Например, - неполные объяснения (несущественный недостаток) - при указании углов пишут только название **накрест лежащие**, соответственные, без указания параллельности двух прямых и секущей

Критерии оценивания выполнения задания 24

Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит несущественные недостатки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

«Имеются несвязные утверждения, нарушена логика решения ставится ноль баллов.»

Из МР для экспертов (ФИПИ)

Комментарий. В последнем абзаце содержатся лишённые смысла утверждения «высоты пересекают точку под прямым углом», «высоты опираются на одну дугу».

Имеется в виду, что оба отрезка EF и FK перпендикулярны CD , и это доказано выше. Поскольку рассуждение, в целом, понятное и верное, эти недостатки можно отнести к несущественным неточностям. Оценка 1 балл.

Самое сложное задание, к его решению приступает не более 2% участников экзамена, решают меньше половины процента.

Задание № 25.

Задание № 25 относится к высокому уровню сложности и предполагает углублённый уровень знаний по предмету. Успешно справились с ним 0,94% участников экзамена, в сравнении с 2023 годом наблюдается рост на 0,68%.

Если он неправильный обязательно выяснить это ошибка в вычислениях (неверно указано значение косинуса или синуса угла). Это **1 (один) балл**, когда, например, пишут $\sin 60^\circ = 0,5$ – это несущественный недостаток при получении ответа.

Или это логическая ошибка, когда подменяют один термин другим. Тоже **1 (один) балл**

25	0	Несвязные рассуждения, неверные утверждения
----	---	---

25	1	Описка, приведшая к неверному ответу
----	---	--------------------------------------

25	2	Решение полное и верное, хотя и не самое рациональное
----	---	---

25	1	Арифметическая ошибка
----	---	-----------------------

Материалы предоставлены на основании методических и аналитических материалов

Министерство образования и молодежной политики Свердловской области
Государственное автономное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования
Свердловской области
«ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

Приказ ИРО от 06.06.2024 №61-ГИА
«О подготовке информационно-аналитических,
статистических материалов (по модели ФИПИ, РОН)
по результатам (ЕГЭ, ОГЭ) в 2024 году
на территории Свердловской области»

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА ПО НАДЗОРУ В СФЕРЕ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Методические материалы для предметных
комиссий субъектов Российской Федерации
по проверке выполнения заданий с развернутым
ответом экзаменационных работ ОГЭ 2025 года

Статистико-аналитический отчет
о результатах государственной итоговой аттестации
по математике в форме основного государственного экзамена в 2024 году в Свердловской
области

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор
ФГБНУ «Федеральный институт
педагогических измерений»
О.А. Решетникова
«28.06.2024» 2024 г.

«СОГЛАСОВАНО»
Председатель
Научно-методического совета
ФГБНУ «ФИПИ» по математике
Д.В. Ливанов
«28.06.2024» 2024 г.

Государственная итоговая аттестация по образовательным
программам основного общего образования в форме
основного государственного экзамена (ОГЭ)

МАТЕМАТИКА

Спецификация
контрольных измерительных материалов
для проведения в 2025 году
основного государственного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ

подготовлена федеральным государственным бюджетным
научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Спасибо за внимание!