

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Конкурсная работа.

Тема: Составление сложных графов в начальной школе по теме
«Составление различных маршрутов»

Авторы:

Абдуллаева Тамара; Девянина Екатерина;
Милич Екатерина; Ольшанникова Владислава;
Петросян Николь; Ханов Огузхан.

Руководитель:

Филатова Ольга Петровна
Доцент кафедры начального образования,
кандидат педагогических наук в ГУП.

Москва,
2025

Содержание

Введение.....	3
1. Теоретическая часть: Основы теории графов для начальной школы	4
1.1. Понятие и сущность граф.....	4
1.2. Виды графов (ориентированные, неориентированные, взвешенные и другие)	6
1.3. Использование графов в повседневной жизни.....	8
2. Практическая часть: составление и анализ маршрутов с помощью графов	13
2.1. Задача 1. Городской маршрут для школьной экскурсии.....	13
2.2. Задача 2: Оптимальный маршрут от дома до села бабушки.....	15
2.3. Задача 3: Планирование маршрута от дома до дома лучшего друга.....	17
Заключение.....	19
Список использованных источников.....	20

Введение

В современном образовательном процессе всё большее внимание уделяется развитию логического мышления и аналитических навыков. Среди множества тем, изучаемых в ходе обучения, тема графов приобретает особую актуальность, так как она позволяет не только углубить знания по информатике, но и научить детей работать с графами. Сложные графы выступают как визуальные модели, способствующие лучшему пониманию маршрутов и взаимосвязей между объектами. Дети начинают осознавать не только географические особенности, но и несколько подходов к решению задач, связанных с планированием пути. При этом каждый маршрут можно рассматривать как набор узлов и соединяющих их рёбер, формируя у учеников начальные представления о теории графов.

Использование графов на уроках помогает развивать критическое мышление. Учащиеся учатся анализировать различные варианты, определять наиболее короткие или удобные пути, а также рассматривать альтернативные маршруты в зависимости от заданных условий. Кроме того, через практические задания и игры они могут проявить креативность и находить нестандартные решения. Учитывая всё вышеизложенное, проект по составлению сложных графов в рамках данной темы представляет собой ценное и необходимое направление для развития учебного процесса в начальной школе.

Цель работы – рассмотрение графов в начальной школе.

Задачи:

1. Обобщить основы теории графов, их понятие сущность, виды и способы применения в повседневной жизни.
2. Разработать несколько практических задач по построению маршрутов с помощью графов.

1. Теоретическая часть: Основы теории графов для начальной школы

1.1. Понятие и сущность граф

Графическая модель – эффективный инструмент для построения мысленной модели текстовой задачи, обладающий конкретностью, наглядностью и способствующий развитию логического мышления младших школьников.

Графы широко применяются в картах, диаграммах, схемах и компьютерных программах. Их использование в начальной школе рекомендуется только при готовности учащихся, когда они умеют выполнять графические построения и понимают назначение графического моделирования в решении задач [5].

Граф – это совокупность объектов, представленных вершинами (узлами) и связями (дугами). Однонаправленные связи обозначаются стрелками, двусторонние – линиями без стрелок. Теория графов может быть полезна на ранних этапах обучения, помогая младшим школьникам решать сложные задачи. В первом классе дети начинают изучать сложение и вычитание, и графы с стрелками помогают им понять, какие числа прибавлять или вычитать. Таким образом, графы активно применяются на уроках математики и информатики, упрощая решение комбинаторных и логических задач [1].

Граф также можно представить как математическую структуру, состоящую из двух множеств. Первое множество – конечный набор элементов, называемых вершинами графа. Второе множество состоит из пар данных вершин, которые называются ребрами графа.

Важный момент – упорядоченность ребер: если ребра представлены упорядоченными парами вершин, граф называют ориентированным (орграфом); если неупорядоченными – неориентированным. В графе не может быть более одного ребра между одной парой вершин. Ребро, соединяющее вершину с самой собой, называют петлёй; в некоторых случаях петли

разрешены, в других – запрещены. Если не указано иное, под графом обычно понимают неориентированный граф без петель, называемый обыкновенным графом. Мультиграф – расширение понятия графа, допускающее кратные ребра, то есть несколько ребер между одной и той же парой вершин; в таком случае множество ребер является мультимножеством, где одна и та же пара может встречаться несколько раз [2].

Рассмотрим ключевые понятия теории графов, необходимые для решения задач:

Нулевой граф – это граф, состоящий только из изолированных вершин, то есть без рёбер.

Неполный граф – граф, в котором отсутствуют некоторые возможные рёбра. Полный граф – граф, в котором присутствуют все возможные рёбра.

Оrientированный граф – граф, рёбра которого имеют направление: одна вершина является начальной, а другая – конечной.

Взвешенный граф – граф, в котором рёбра дополнительно характеризуются весами.

Смежные вершины – вершины, соединённые ребром.

Степень вершины – число рёбер, исходящих из неё. Если степень чётная, вершина называется чётной, если нечётная – нечётной.

Путь в графе – последовательность рёбер, соединяющих вершины так, что каждое ребро используется не более одного раза.

Цикл – путь, начинающийся и заканчивающийся в одной и той же вершине.

Связные вершины – пары вершин, между которыми существует путь. Граф, в котором все вершины связаны, называется связным.

Дерево – связный граф без циклов, в котором для любой пары вершин существует единственный путь [3].

Граф состоит из вершин (точек) и сторон (линий или стрелок), которые показывают связи между ними; линии могут быть пунктирными для обозначения отрицания. Граф всегда имеет вершины, но может не иметь

сторон – тогда он считается пустым. Графы помогают наглядно показывать взаимосвязи между элементами, развивают математическое и абстрактное мышление, а также помогают изучать отношения типа «до», «позади», «больше», «меньше» и др. Они применимы для решения арифметических, логических и сравнительных задач, часто являясь самым простым методом. Работа с графами способствует развитию воображения, логики, самостоятельности и творческих способностей учащихся, стимулируя интерес к учебе и укрепляя уверенность в своих силах [4].

Для решения задач часто необходимо найти кратчайший путь между двумя вершинами. Кратчайший путь в невзвешенном графе соединяет вершины минимальным числом рёбер, а в взвешенном – имеет минимальную сумму весов рёбер. Вершины представляют объекты, а рёбра показывают связи между ними. Графы можно рассматривать как карты, где узлы – это точки интереса, а рёбра – возможные пути или отношения между ними.

Граф состоит из ключевых компонентов: вершины могут представлять реальные объекты (например, города или интернет-узлы), а рёбра определяют отношения между ними и могут иметь различные веса. Графы могут быть направленными или ненаправленными, что влияет на важность направления связи. Таким образом, графы служат мощным инструментом для моделирования и анализа различных систем и проблем.

1.2. Виды графов (ориентированные, неориентированные, взвешенные и другие)

Графы классифицируются на несколько категорий. Во-первых, они бывают неориентированными и ориентированными, где движение по ребру возможно только в одном направлении. Во-вторых, графы могут быть взвешенными, если у вершин или рёбер есть вес, отличающий их от других, или невзвешенными. взвешенные графы, где каждому ребру приписан вес, который может представлять расстояние, время, стоимость и т.д. Это полезно

для нахождения оптимальных маршрутов, как в ситуациях с логистикой или транспортом. В-третьих, существуют более сложные типы графов, такие как мультиграфы, псевдографы, изоморфные графы и другие [7].

Схема графа, состоящая только из изолированных вершин, называется нулевым графом и представлена на рисунке 1.

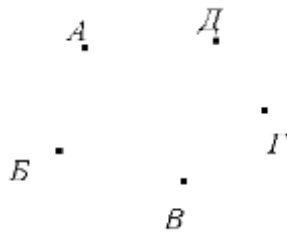


Рисунок 1 – Нулевой граф

Графы, в которых не все возможные рёбра построены, именуются неполными графами, представленный на рисунке 2.

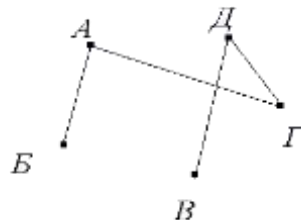


Рисунок 2 – Неполный граф

Графы, содержащие все возможные рёбра, называются полными графами. Полные графы, в которых каждая пара вершин соединена ребром. Это полезно в полном представлении взаимоотношений. Имеются также циклические графы, в которых можно вернуться к начальной вершине, двигаясь по рёбрам, и деревья, которые являются специальным видом графов без циклов. (рисунок 3).

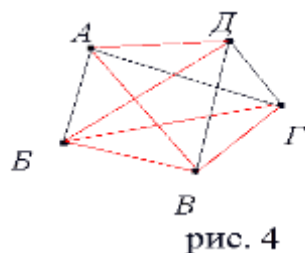


рис. 4

Рисунок 3 – Полный граф

Кроме того, граф, на рёбрах которого нанесены стрелочки, указывающие направление, называется направленным. В таком графе рёбра имеют ориентацию, то есть, связь между вершинами имеет направление. Например, в системе преподавания одна вершина может представлять учителя, а другая – ученика, при этом направление связи указывает на то, кто передаёт знания.

В свою очередь, ненаправленные графы – это графы, в которых рёбра не имеют направления. Например, если есть два города, то дорога между ними не имеет определенного направления; можно проехать в обе стороны.

Имеются также циклические графы, в которых можно вернуться к начальной вершине, двигаясь по рёбрам, и деревья, которые являются специальным видом графов без циклов [1].

1.3. Использование графов в повседневной жизни

Теория графов широко применяется в транспорте, социальных сетях, IT, экономике, биологии и химии, помогая визуализировать связи и облегчать анализ. В транспорте графы моделируют маршруты, в социальных сетях – связи между пользователями, в IT – взаимосвязи веб-страниц (например, алгоритм PageRank). Также графы используются в играх и моделировании для создания уровней и управления ресурсами. Освоение графов помогает решать реальные задачи, а теория продолжает развиваться, предлагая эффективные алгоритмы для различных областей [6].

Исходя из вышеперечисленного, с помощью графов выбирают наиболее выгодное расположение зданий, графами представлены схемы метро. Представим некоторые примеры применения графов более наглядно .

1. Можно составить граф любой позиционной игры: шахмат, шашек, «крестиков – ноликов». Здесь позиции станут вершинами, а направленные отрезки между ними будут означать, что одним ходом можно перейти от одной позиции к другой, по направлению стрелки. Пример представлен на рисунке 4.

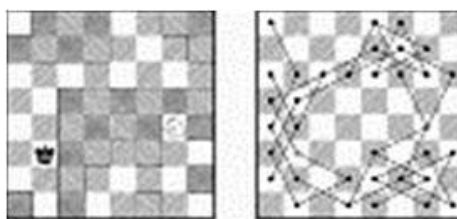


Рисунок 4 – Игра

2. Лабиринт. Исследовать лабиринт – это найти путь в данном графе. Вершинами здесь обозначены тупики, а отрезками – проходы лабиринта (рисунок 5).

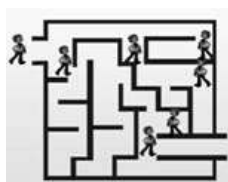


Рисунок 5 – Лабиринт

3. Генеалогическое дерево – это граф-дерево, в котором между любыми двумя вершинами существует единственный путь, а циклы и петли отсутствуют. В таком дереве есть одна главная вершина – корень, и каждая вершина (кроме корня) имеет одного предка и может иметь несколько потомков. Данное свойство позволяет легко находить предков человека по родословной, представленной в виде генеалогического дерева. Образец представлен на рисунке 6.

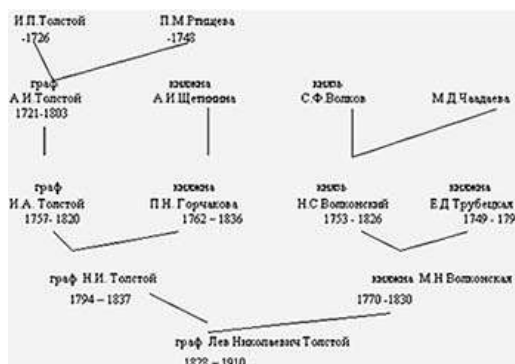


Рисунок 6 – Древо

4. Блок-схема программы. Графами являются блок – схемы программ для ЭВМ, а также любые электрические цепи или электрическая сеть. Образец представлен на рисунке 7.



Рисунок 7 – Программа

5. Схема цепей дежурного освещения. Схема цепей дежурного освещения тепловоза ТЭМ2 тоже представлена в виде графа (рисунок 8).

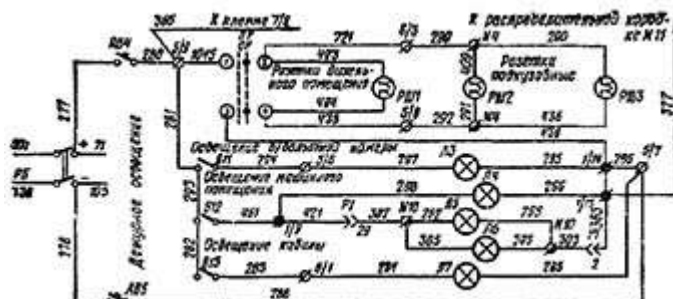


Рисунок 8 – Схема цепей освещения

6. Схемы авиалиний также представлены в виде графов (рисунок 9).



Рисунок 9 – Схема авиалиний

7. Участок московского Метрополитена. В качестве примера, граф представлен на рисунке 10.



Рисунок 10 – Один из участков московского Метрополитена

8. Схема железных дорог. Вершины – железнодорожные станции, а рёбра – железнодорожные пути (рисунок 11).



Рисунок 11 – Схема железных дорог

9. Математика. Наиболее очевидный пример – любой многогранник в трёхмерном пространстве. Например, вершины и рёбра куба можно рассматривать как вершины и рёбра графа. На рисунке 13 показаны три способа изобразить один и тот же граф - трёхмерного куба.

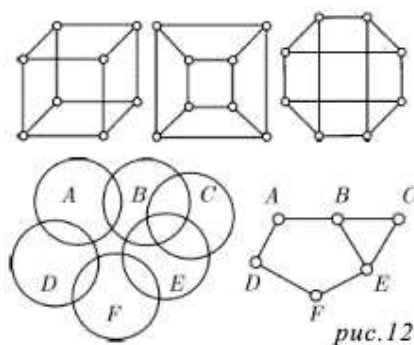


Рисунок 13 – Графы в математике [8]

Таким образом, графы помогают школьникам планировать маршруты и ориентироваться в повседневных ситуациях, например, при выборе пути от дома до школы или к друзьям, анализе расписания занятий и организации времени, а также при решении логических задач и головоломок. Использование графов развивает навыки системного мышления и умение находить оптимальные решения, и может пригодиться не только в учебе, но и в повседневной жизни.

2. Практическая часть: составление и анализ маршрутов с помощью графов

2.1. Задача 1. Городской маршрут для школьной экскурсии

Формулировка задачи: представьте, что вы находитесь в своем городе, и ваша задача – проложить оптимальный маршрут для школьной экскурсии. Ваш класс хочет посетить три места: музей, парк и зоопарк. Однако есть некоторые ограничения и предпочтения, которые необходимо учесть:

1. Вы должны начать маршрут из школы.
2. После посещения каждого места вы можете выбрать, куда идти дальше: в парке нельзя оставаться дольше двух часов, и необходимо вернуться в зоопарк не позднее 16:00.
3. Время, необходимое для перемещения между местами, различается.

Вам нужно:

- составить граф на основе заданных мест и времени перемещения;
- указать, какие маршруты являются наиболее оптимальными;
- рассчитать общее время перемещения при различных маршрутах;
- предложить альтернативные маршруты в случае, если некоторые из них оказались закрытыми, оптимизируя время и учитывая ограничения по времени.

Решение. Используем граф, где каждая вершина будет представлять одно из мест (школу, музей, парк, зоопарк), а рёбра будут показывать время перемещения между данными местами. Рассмотрим, как это можно сделать.

Шаг 1. Построение графа. Предположим, у нас есть следующие места и время перемещения между ними:

1. Школа → Музей: 15 минут
2. Музей → Парк: 10 минут
3. Парк → Зоопарк: 25 минут
4. Школа → Парк: 20 минут

5. Школа → Зоопарк: 30 минут
6. Парк → Музей: 15 минут (в случае возвращения)
7. Зоопарк → Музей: 35 минут (в случае возвращения)
8. Зоопарк → Парк: 20 минут (в случае возвращения)

Теперь визуально мы можем представить этот граф (рисунок 14):

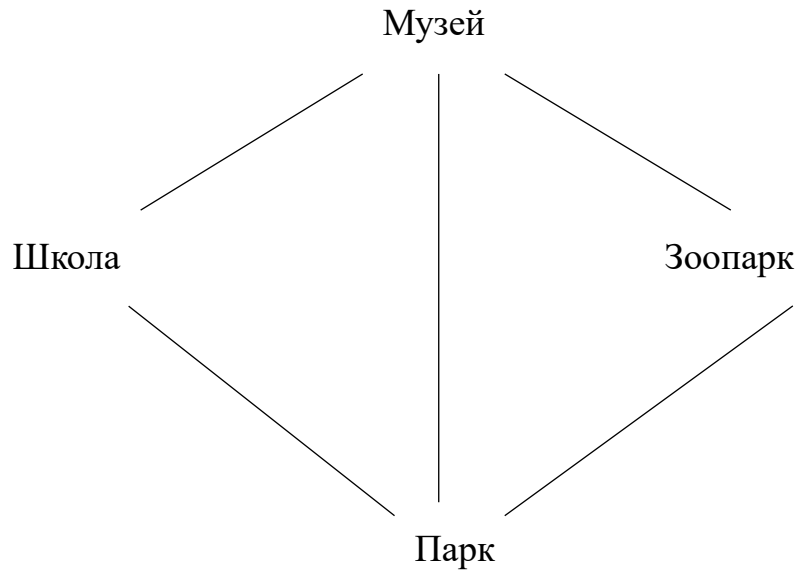


Рисунок 14 – Задача 1

Шаг 2. Временные затраты. Теперь добавим время перемещения на рёбрах (рисунок 15):

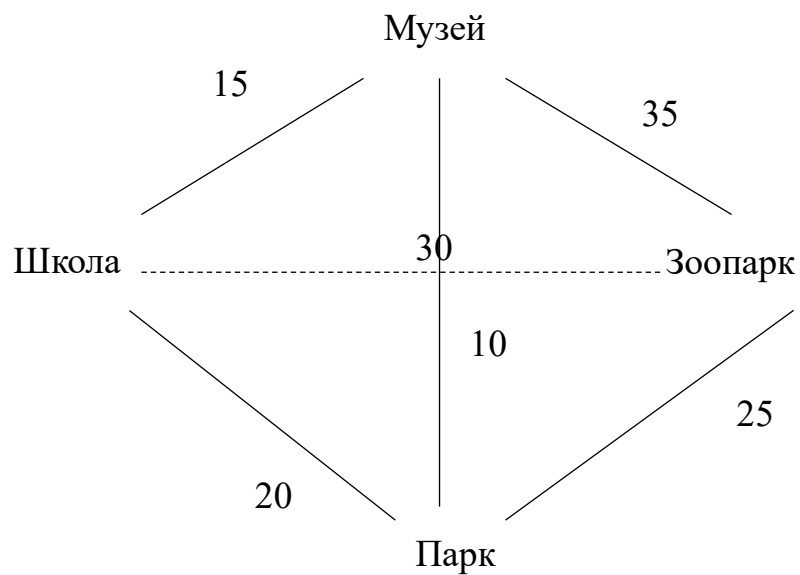


Рисунок 15 – Задача 1, второй шаг

Шаг 3. Оптимизация маршрутов. Для оптимизации маршрута мы можем рассмотреть несколько вариантов:

1. Маршрут 1: Школа → Музей → Парк → Зоопарк
 - школа → музей: 15 мин;
 - музей → парк: 10 мин;
 - парк → зоопарк: 25 мин;
 - общее время: $15 + 10 + 25 = 50$ минут.
2. Маршрут 2: Школа → Парк → Музей → Зоопарк
 - школа → парк: 20 мин;
 - парк → музей: 10 мин;
 - музей → зоопарк: 35 мин;
 - общее время: $20 + 10 + 35 = 65$ минут.
3. Маршрут 3: Школа → Зоопарк → Музей → Парк
 - школа → зоопарк: 30 мин;
 - зоопарк → музей: 35 мин;
 - музей → парк: 10 мин;
 - общее время: $30 + 35 + 10 = 75$ минут.

Таким образом, оптимальный маршрут будет:

Школа → Музей → Парк → Зоопарк (50 минут с учетом обеда).

Вывод: построение графа с указанием временных затрат ценного опыта для детей в логическом мышлении и планировании. Они учатся анализировать разные варианты маршрутов, определять оптимальные пути и учитывать временные ограничения, что очень полезно для реальной жизни. Теперь, используя такие приёмы, они смогут более детально рассмотреть различные стратегии маршрутизации в городских условиях.

2.2. Задача 2: Оптимальный маршрут от дома до села бабушки

Рассмотрим пример задачи с дополнительными условиями. На схеме (рисунок 16) изображены дороги, соединяющие сёла и города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К и Л. Каждый путь имеет направление, указанное стрелками. Представьте, что вы хотите добраться из города А в село Л к бабушке, при этом вам нужно обязательно пройти через город Ж к тётке, но вы не можете заходить в село Г из-за эпидемической ситуации. Сколько различных маршрутов вы можете выбрать, чтобы добраться до своей бабушки в селе Л, следуя этим условиям?

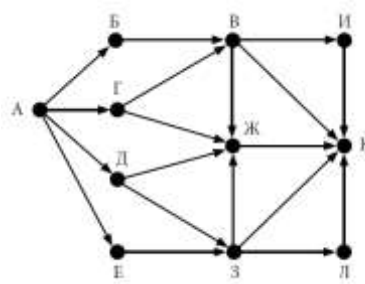


Рисунок 16 – Задача 2

Решение по этапам алгоритма, приведенного выше. Сначала выделим начальную и конечную точки на графе и отметим точки, через которые точно нужно пройти (А, Ж, К). Отметим для них все входящие и исходящие ребра. Затем удалим ненужные ребра и отметим все точки, через которые не нужно пройти. Кдалим для них все входящие и исходящие ребра и около первоначальной вершины напомним 1 (рисунок 17)

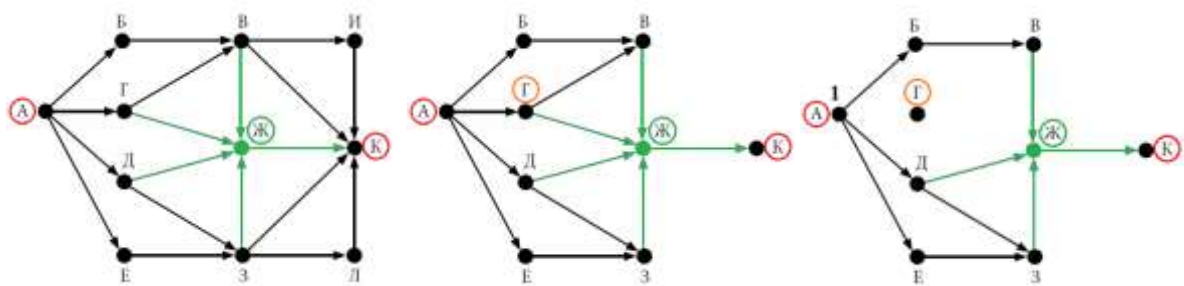


Рисунок 17 – Задача 2, решение

Сосчитаем количество путей около каждой вершины в зависимости от того, какие пути идут в ту или иную вершину. Обойдем таким образом каждую вершину графа (рисунок 18):

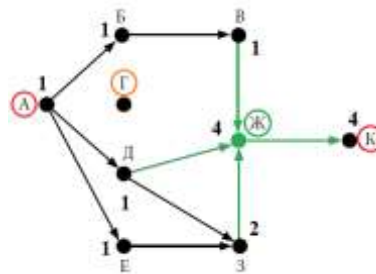


Рисунок 18 – Ответ задачи 2

Таким образом, ответ: 4.

2.3. Задача 3: Планирование маршрута от дома до дома лучшего друга

Представьте, что вам нужно спланировать маршрут от своего дома до дома лучшего друга. В таблице указано расстояние между разными пунктами, через которые можно пройти. Определите длину самого длинного участка на кратчайшем пути от точки И до точки М. Передвигаться можно только по дорогам, указанным в таблице 1.

Таблица 1 – Условие 3 задачи

	А	Б	В	Г	И	М
А			1		1	
Б			2		1	3
В	1	2				
Г					6	1
И	1	1		6		8
М		3		1	8	

Решение. Построим граф, соответствующий данной таблице, тогда результат будет следующий (рисунок 19):

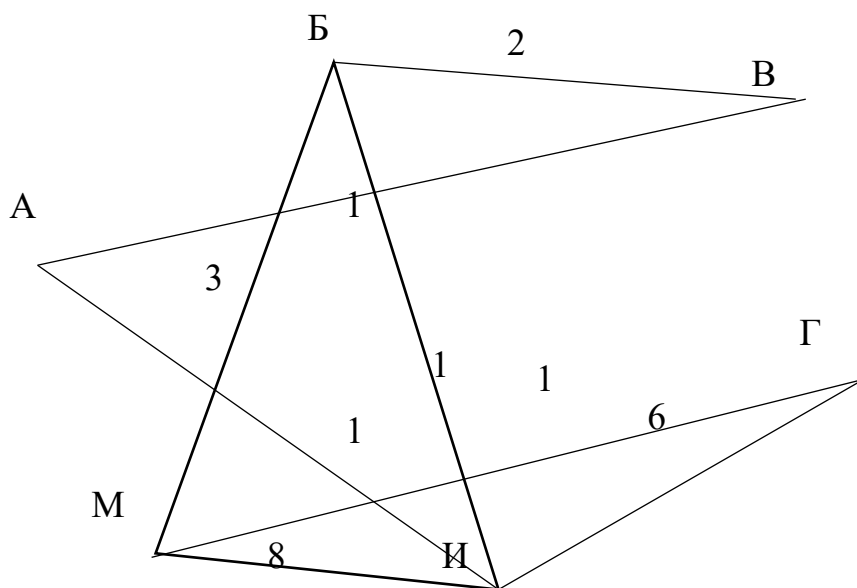


Рисунок 19 – Решение задачи 3

Ответ будет равен 3, это самый длинный путь.

Заключение

В процессе подготовки данной работы была рассмотрена теория понятия и сущность графов, а также различные их виды. Мы углубились в изучение структуры графов, где освоили понятия вершин и рёбер, а также увидели, как эти простые элементы могут образовывать сложные сети взаимосвязей.

Было проанализировано несколько видов графов, включая ориентированные и неориентированные графы, взвешенные и безвзвешенные, пустые и простые графы. Каждый из рассмотренных типов имеет своё значение и сферу применения, делая данное изучение особенно актуальным для начала работы с графами в начальной школе. Понимание данных категорий позволяет учащимся не только упростить процесс создания маршрутов, но и развить аналитическое мышление, необходимое для более сложных задач в будущем.

Основной частью нашей работы стали три разработанные задачи на построение маршрутов, которые демонстрируют, как дети могут применять теоретические знания на практике. Данные задачи не только способствовали глубокому пониманию концепции графов, но и позволили ученикам найти оптимальные решения для различных маршрутных ситуаций. Работа над задачами показала, как можно визуализировать реальные маршруты, будь то дорога к лучшему другу, прогулка по школьной экскурсии или путешествие в другое село к бабушке.

Тем не менее, важно отметить, что графы и маршруты не ограничиваются лишь учебными задачами. Было выявлено, что графы используются в повседневной жизни повсеместно. Например, городские маршруты общественного транспорта строятся на основе графовых моделей, которые помогают жителям и туристам находить наилучшие пути для поездок. Также графы применяются в логистике для оптимизации доставки товаров и в социальных сетях для отображения связей между пользователями.

Список использованных источников

1. Абгалдаева А.А. Применение теории графов в сфере информационных технологий / А.А. Абгалдаева, А.Ю. Пушкин // *Universum: технические науки*. – 2023. – №2-1 (107). – С. 53-55.
2. Алексеев В.Е. Теория графов: учебное пособие / В.Е. Алексеев, Д.В. Захарова. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017. – 119 с.
3. Герасимова Е.А. Применение занимательных задач теории графов в школьном курсе информатики // *Материалы XIV Международной студенческой научной конференции «Студенческий научный форум»*. – 2022. – С. 12-17.
4. Казарян Н. В. Выполнение задач при помощи графа в начальной школе // *Научные вести*. – 2022. – № 2(43). – С. 80-85.
5. Калайтанова А. А. Применение графов к решению задач в начальной школе // *Вестник науки*. – 2022. – №7 (52). – С. 31-37.
6. Кобзарь Д. С. Применение теории графов на практике // *Студент года 2021 : сб. ст. XVII Междунар. науч.-исследовательского конкурса*. – Пенза: Наука и Просвещение, 2021. – С. 8-12.
7. Моделирование на графах [Электронный ресурс]. – URL: <https://resh.edu.ru/subject/lesson/5491/conspect/203173/> (режим доступа: 08.05.2025).
8. Применение графов в различных областях жизни людей [Электронный ресурс]. – URL: <https://obuchonok.ru/NODE/1321> (режим доступа: 08.05.2025).