

План конспект урока-кейса по математике

Преподаватель Кочнева А.Н.

Группа ТПОП – 155

Дата 26.03.20019

Тема урока: Решение прикладных задач с помощью математического анализа

Дидактическая цель: создать условия для осознания и осмысления изучаемого материала на уроках математики, его практической значимости.

Формируемые результаты:

Предметные :

- повторить, систематизировать и обобщить знания и умения учащихся, приобретённые во время изучения темы «Элементы прикладной математики»;
- углубить понимание сущности производной путем применения ее для получения новых знаний,
- установить междисциплинарные связи.

Метопредметные :

- развивать логическое мышление учащихся, память, внимание, а так же интерес к математике. обеспечить повторение изученного материала, наиболее общих и существенных понятий, теорем и алгоритмов;
- развить умения знаний в конкретной ситуации;
- развить навыки реализации теоретических знаний в практической деятельности;
- развить умения сравнивать, обобщать, правильно сформулировать и излагать мысли;
- обеспечить проверку усвоения изученного материала;
- развить математическую компетентность студентов.

личностные:

- работать над повышением знаний основных понятий и законов алгебры логики, достижение сознательного усвоения материала учащимися с применением полученных знаний на практике. создать условия для осознания необходимости самостоятельных действий при решении проблем;
- обучить объективной оценке своих возможностей и успехов;
- воспитать навыки самоконтроля и взаимоконтроля;
- способствовать развитию навыков устной речи, умению грамотно вести диалог и аргументировать свои действия;
- воспитывать культуру общения, умения работать в паре, взаимопомощь, способствовать осознанию исторической ценности изучаемого материала.

Тип урока: урок применения и совершенствование полученных знаний на уроках математике при решении прикладных задач

Оборудование:

мультимедийный проектор;

презентация, подготовленная в MS POWER POINT;

Форма организации учебной деятельности: индивидуальная, фронтальная, в малых группах.

Продолжительность: 45 минут.

Эпиграф к уроку:

В науке ровно столько истины, сколько в ней математики.

И. Кант

ХОД УРОКА

I. Орг. момент.

Проверка посещаемости;

Проверка готовности группы.

Вступительное слово:

Задачи, содержащие физические величины, играют важную роль в формировании математической культуры обучающихся, в понимании ими практической значимости изучаемого материала на уроках математики. Подготовка к уроку продолжалась на протяжении нескольких недель. В это время студенты в индивидуальном порядке создавали кейс решаемых

задач по указанной теме, консультировались с преподавателями механики, математики, друг с другом.

Самостоятельный поиск, отбор, анализ и использование материала происходили по принципу понятности, полезности, интересности. Так появился кейс домашних задач по заявленной теме. При этом с учетом индивидуальных способностей студентов, была возможность заняться поиском информации практической значимости интегрирования, систематизации знаний по теме «Интеграл и производная». Результатом работы являлась презентация. Ключевой идеей организации урока можно назвать идею вовлечения в работу всех студентов с учетом разноуровневой подготовки каждого и актуализации математического образования в различных сферах человеческой деятельности.

Выбранный вид деятельности учит обучающегося адаптироваться в мире, где объем информации растет в геометрической прогрессии, где социальная и профессиональная успешность напрямую зависят от позитивного отношения к новациям, самостоятельности мышления и инициативности, готовности проявлять творческий подход к делу, искать нестандартные способы решения проблем, готовности к конструктивному взаимодействию с людьми.

Давайте сформулируем цель нашего заключительного по данной теме занятия: реализации теоретических и практических знаний при решении прикладных задач.

Введение: *Дифференциальное исчисление- это описание окружающего нас мира, выполненное на математическом языке. Производная помогает нам успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разных областях науки и техники.* Каждый человек должен уметь опираться на полученные знания и уметь применять их в нестандартных ситуациях.. Математика изучает различные связи между величинами. Мы уже много раз обращались, например, к движению материальной точки, устанавливая связь между изменением её скорости и изменением её местоположения. Вряд ли кто из нас не помнит, что скорость является производной от координаты по времени, а производная от скорости есть ускорение.

Давайте еще раз вспомним физический смысл производной.

II. **Повторение (актуализация знаний):** решить несколько задач.

Задача №1.

Движение точки описывается уравнением $S = 4t^4 + 2t^2 + 7$. Найти скорость и ускорение точки в момент времени $t = 2$ с и среднюю скорость за первые 2 с движения?

(Учащиеся берут производные от функции $s' = 16t^3 + 4t$, $s'' = 48t^2 + 4$ и вычисляют их значения при указанном значении величины t)

Ответ: 136; 196; 39,5.

Задача №2

На рисунке показана зависимость пройденного пути от времени в начале движения автомобиля
а) С помощью графика движения автомобиля определи интервал времени, на протяжении которого автомобиль движется с постоянной скоростью:

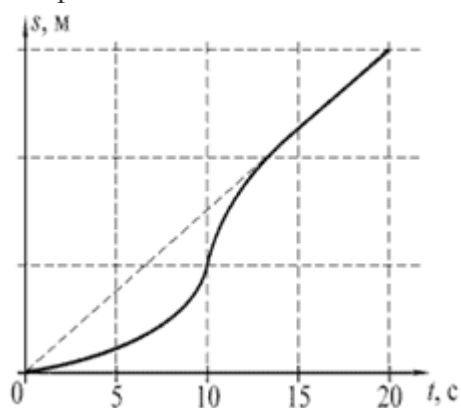


Рисунок 1

Варианты ответов:

1. 0-5с
2. 5-10с;
3. 10-15с
4. 15-20с

б) С помощью графика движения (рисунок 1) определи, в какой момент времени автомобиль достигает максимальной скорости.

Варианты ответов:

1. 5с
2. 10 с
3. 15с
4. определить невозможно.

Диагностический тест:

Вариант 1

1. В чем заключается физический смысл производной $x't$?

- а) скорость
- б) ускорение
- в) коэффициент
- г) не знаю

2. Материальная точка движется по закону $s(t) = 2t^3 - 3t$. Чему равна скорость в момент времени $t = 3с$?

- а) 54
- б) 51
- в) 57
- г) 62

Вариант 2

1. В чем заключается физический смысл второй производной $x''t$?

- а) скорость
- б) ускорение
- в) коэффициент
- г) не знаю

2. Материальная точка движется по закону $s(t) = 2t^3 + 4t$. Чему равна скорость в момент времени $t = 2с$?

- а) 20
- б) 28
- в) 30
- г) 32

III. Основная часть (контроль усвоения, обсуждение допущенных ошибок и их коррекция): представлен

Кейс задач:

1. Известно, что тело массой 5 кг движется прямолинейно по закону $s(t) = t^2 + 2$. Найдите кинетическую энергию тела через 2 с после начала движения.
2. Найдите силу F , действующую на материальную точку с массой 10 кг, движущуюся прямолинейно по закону $x(t) = 2t^3 - t^2$ при $t = 2с$.
3. Движение материальной точки описывается уравнением $x = 2 \sin(\pi/2t + \pi/4)$. Определите максимальные значения скорости и ускорения.
4. Колебательное движение точки описывается уравнением $x = 0,05 \cos 20\pi t$. Найти координату, скорость и ускорение спустя $1/60$ с после момента времени $t = 0$.
5. Закон изменения температуры тела в зависимости от времени задаётся уравнением $T = 0,2t^2$. С какой скоростью изменяется температура тела в момент времени 5с?
6. Изменение силы тока в зависимости от времени задано уравнением $I = 2t^2 - 5t$. Найдите скорость изменения силы тока в момент времени 10с.
7. Маховик вращается вокруг оси по закону $(t) = t^4 - 1$. Найдите его угловую скорость ω в момент времени t и $t = 2с$.
8. При вращении проволоочной рамки в однородном магнитном поле пронизывающий рамку магнитный поток изменяется в зависимости от времени по закону $\Phi = 10^{-2} \cos 10\pi t$. Вычислив производную $\Phi't$, написать формулу зависимости ЭДС от времени $\varepsilon = \varepsilon(t)$. Определить максимальное значение магнитного потока и ЭДС.
9. Заряд q на пластинах конденсатора изменяется по закону $q = 10 - 6 \cos 104\pi t$. Записать закон зависимости силы тока от времени $i = i(t)$, вычислив производную $q'i$. Определить максимальное значение электрического заряда и силы тока.

Задача: Систематизировав задачи по содержанию в них физических величин предлагаю **выбрать** из этого кейса задачу, **поделиться** своим решением с одноклассниками.

Кейс задач:

1. Известно, что тело массой 5 кг движется прямолинейно по закону $s(t) = t^2 + 2t + 3$. Найдите кинетическую энергию тела через 2 с после начала движения.
2. Найдите силу F , действующую на материальную точку с массой 10 кг, движущуюся прямолинейно по закону $x(t) = 2t^3 - t^2$ при $t = 2с$.
3. Закон изменения температуры тела в зависимости от времени задаётся уравнением $T = 0,2t^2$. С какой скоростью изменяется температура тела в момент времени 5с?

4. Изменение силы тока в зависимости от времени задано уравнением $I = 2t^2 - 5t$. Найдите скорость изменения силы тока в момент времени 10с.

Обсуждение результатов поиска физических решаемых задач.

ИНВАРИАНТ от франц. invariant — неизменяющийся

Рефлексия результатов подготовки к уроку

Приступаем к решению задач, при этом необходимо:

- сформулировать задачу;
- указать какие физические величины удалось связать с помощью дифференциального уравнения;
- сформулировать область физики, соответствующей задачи, и ответ.

В ходе обсуждения решения задач формируется **алгоритм** их решения:

- Представь изменение искомой величины с помощью дифференциалов;
- Реши дифференциальное уравнение;
- Интерпретируй ответ

Физические величины и их связь друг с другом наглядно представляется через таблицу:

Физическая величина	Дифференциальное уравнение
A работа	$dA = F(x)dx$
P давление	$dp = S(x)dx$
S перемещение	$ds = v(t)dt$
q электрический заряд	$dq = I(t)dt$

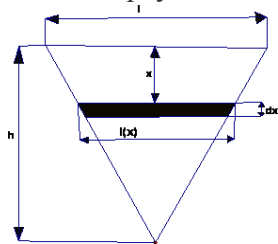
Решаем задачи из кейса на доске.

IV. Творческое применение знаний в новой ситуации (проблемные задания)

Мы учились решать обратную задачу: нахождение положения точки, если известен закон изменения её скорости. Готовясь к сегодняшнему уроку, у нас появилось несколько пар величин, которые связаны между собой так же, как положение точки и её скорость. К таким величинам можно отнести перемещение, работу, давление и т.д., а через них на уроках математики можно заглянуть в такие разделы физики как механика, гидростатика, гидродинамика, электростатика. Для вычисления физических величин с помощью интеграла нужно суметь установить скорость изменения этих величин. Если искомую величину сможем представить в виде приращения некоторой функции F , то интегрирование приведет к самой функции.

Решим фронтально задачу:

Задача: Найди давление, оказываемое водой на плотину, имеющую форму треугольника, обращенного вершиной вниз, если основание треугольника равно l , а его высота равна h .



Взяв полоску «бесконечно малой высоты» dx , находящуюся на глубине x , получаем два подобных треугольника.

Откуда имеем $l(x) = \frac{(h-x)}{h} l$, значит, площадь полоски равна $dx = \frac{(h-x)l}{h} dx$, а давление на неё равно $dp = \frac{x(h-x)l}{h} dx$. Чтобы получить давление на всю плотину, надо проинтегрировать обе

части полученного уравнения по x : $p = \int_0^h \frac{x(h-x)l}{h} dx = \frac{1}{6} l h^2$.

Необходимо помнить закон Паскаля, который позволяет такие размышления.

Итак, установив связь между глубиной и площадью полоски, площадью полоски и давлением, составляем дифференциальное уравнение, решив которое, получаем ответ.

Студент третьего уровня образования знакомит ребят с решением задачи, решенной им на олимпиаде «Надежда энергетики».

Задача. Бак высотой H наполняется краном за время, равное t . На дне бака имеется отверстие. Если при полностью заполненном баке открыть отверстие и закрыть кран, то опорожнение также займет время, равное t . Необходимо определить на каком уровне h удержится вода при открытом кране и открытом отверстии в дне. Вода выливается свободно.

Решение сопровождается слайдом в презентации урока.

Решение:

Пусть h – некая высота столба жидкости, $v = \sqrt{2gh}$ формула Торричелли $dh = v dt = \sqrt{2gh}$, dt – зависимость высоты столба жидкости от времени

$$V_{кр} = \frac{H}{t} = \sqrt{\frac{Hg}{2}} \sqrt{\frac{2H}{g}} = t, \int_0^H \frac{dx}{\sqrt{2gx}} = \int_0^t dt,$$

Чтобы уровень воды удерживался на месте, необходимо чтобы скорость наполнения была равна

$$\sqrt{\frac{Hg}{2}} = \sqrt{2gh}$$

скорости опорожнения, а значит:

Ответ: $h = H/4$



Обсуждение решения.

У. Итог урока

Все ребята, работавшие на протяжении этих двух уроков, и в период подготовки к нему получают оценки за урок не ниже «4».

А в заключение, я хочу вам рассказать притчу, автор которой не известен.

Три человека возили в тележке камни. У одного из них спросили:

– Что ты здесь делаешь?

Остановившись и вытерев пот, он устало ответил:

– Я таскаю камни.

Тот же вопрос задали второму. Он ответил:

– Я зарабатываю деньги. У меня большая семья, и я должен её кормить.

Третий человек, услышав такой же вопрос, ответил:

– Я строю храм.

Мне очень хочется, что бы вы, ребята, работая дома и на уроке, не просто учились или зарабатывали оценки, а возводили храм Знаний с крепким основанием, надежный и стабильный.

Что бы вы могли

В одном мгновении видеть вечность,

Огромный мир – в зерне песка,

В единой горсти – бесконечность

И небо – в чашечке цветка.

У.Блейк, перевод С. Маршака.

УІ. Домашнее задание

Повторить таблицы

- дифференцирования

- интегрирования

Решить из учебника одну из задач на перемещение, работа, давление.