

Тема 1.2.
Системы линейных алгебраических уравнений.

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ КРАМЕРА



**ГБПОУ СО «Борский
государственный техникум»
Преподаватель математики
Ромаева Наталия Сергеевна**

ЦЕЛИ УРОКА

- формирование умений и навыков решения систем линейных уравнений по формулам Крамера и применения данного метода при решении прикладных задач;
- воспитание интереса к дисциплине, стремления к активной познавательной деятельности, инициативе и творчеству, чувства ответственности, уверенности в себе;
- формирование общих компетенций: учебно-познавательной, коммуникативной деятельности;
- использование интерактивных методов.



Это система из двух
линейных уравнений с
двумя переменными

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Уравнения напряжения
в электрической цепи

$$\begin{cases} R_1I_1 + R_2I_1 = U_1 \\ R_1I_2 + R_2I_2 = U_2 \end{cases}$$

Уравнения равновесия
сил для системы
рычагов или пружин

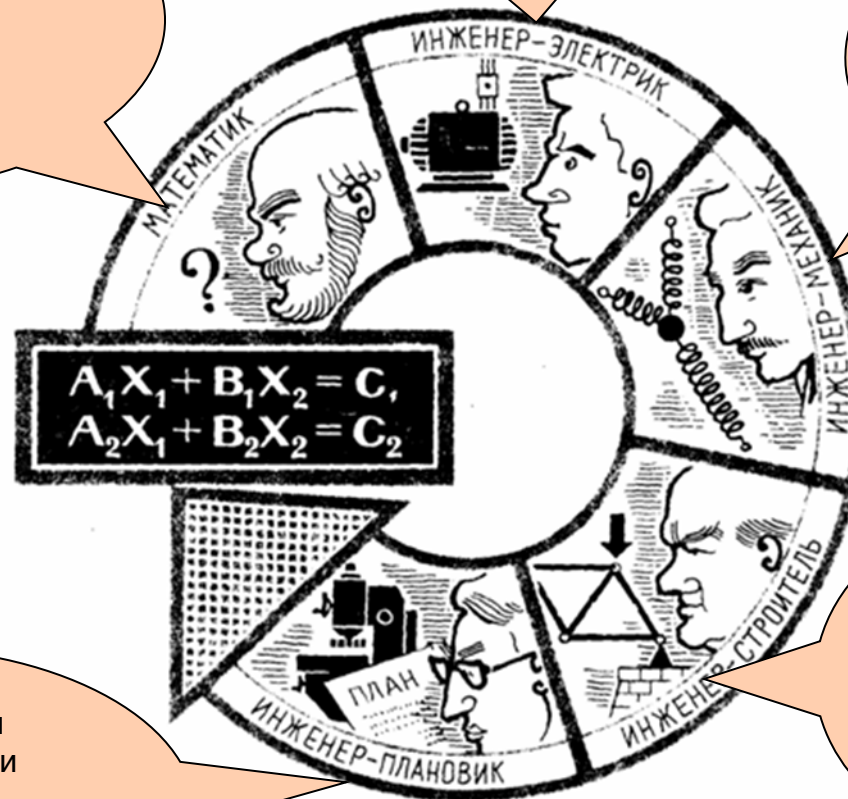
$$\begin{cases} F_1l_1 + F_1l_2 = M_1 \\ F_2l_1 + F_2l_2 = M_2 \end{cases}$$

Уравнения, связывающие
силы и деформации в
какой-то строительной
конструкции.

$$\begin{cases} \kappa_1\Delta_1 + \kappa_1\Delta_2 = F_1 \\ \kappa_2\Delta_1 + \kappa_2\Delta_2 = F_2 \end{cases}$$

Уравнения для
расчета загрузки
станков.

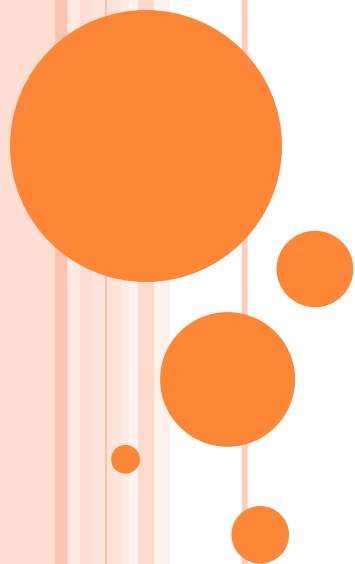
$$\begin{cases} t_1x_1 + t_2y_1 = T_1 \\ t_1x_2 + t_2y_2 = T_2 \end{cases}$$



Ответ специалистов разных профессий

КАКИЕ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ИЗ ДВУХ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ВАМ ИЗВЕСТНЫ?

- **способ подстановки**
- **способ сложения**
- **графический способ**



ГАБРИЭЛЬ КРАМЕР

(31 июля 1704, ЖЕНЕВА, ШВЕЙЦАРИЯ—4 января 1752,
БАНЬОЛЬ-СЮР-СЕЗ, ФРАНЦИЯ)

Габриэль Крамер родился 31 июля 1704 года в Женеве (Швейцария), в семье врача. Уже в детстве он опережал своих сверстников в интеллектуальном развитии и демонстрировал завидные способности в области математики.

Крамер является одним из создателей линейной алгебры. Одной из самых известных его работ является «Введение в анализ алгебраических кривых», опубликованный на французском языке в 1750 году. В ней Крамер строит систему линейных уравнений и решает её с помощью алгоритма, названного позже его именем – метод Крамера.



Метод Крамера

Рассмотрим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13} = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23} = b_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33} = b_3 \end{cases}$$

Решение:

Если определитель системы $\Delta \neq 0$, то рассматриваемая система имеет одно и только одно решение, причём

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

2) Вычислим **дополнительные** определители:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} \mathbf{b_1} & a_{12} & a_{13} \\ \mathbf{b_2} & a_{22} & a_{23} \\ \mathbf{b_3} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} a_{11} & \mathbf{b_1} & a_{13} \\ a_{21} & \mathbf{b_2} & a_{23} \\ a_{31} & \mathbf{b_3} & a_{33} \end{vmatrix} \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \mathbf{b_1} \\ a_{21} & a_{22} & \mathbf{b_2} \\ a_{31} & a_{32} & \mathbf{b_3} \end{vmatrix}$$

Находим неизвестные по формулам Крамера:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$$

СОСТАВИМ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ПО ПРАВИЛУ КРАМЕРА

Алгоритм:

- Найдите главный (основной) определитель системы.
- Найдите вспомогательные определители системы.
- Найдите неизвестные, пользуясь формулами Крамера.
- Запишите ответ.



Пример: Решить систему уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} x + y - z = 6, \\ 2x + 3y + z = 9, \\ x + 2y + 4z = -1. \end{cases}$$

Решение: Найдем основной определитель:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 12 + 1 - 4 + 3 - 8 - 2 = 2 \neq 0$$

Найдем дополнительные определители:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 9 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 2$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 6 & -1 \\ 2 & 9 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \end{vmatrix} = 6$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & 9 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -4$$

По формулам Крамера:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{2}{2} = 1, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{6}{2} = 3, \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-4}{2} = -2$$

Ответ: (1;3;-2)

Задача 1: Мебельная фабрика выпускает изделия трех видов: стулья, столы и шкафы. Для их производства используются материалы трех типов: ЛДСП 2500х1830х25мм, МДФ 2800*2070*6 мм, ДВПО 2745*1220*3,2. Нормы расхода каждого из них на одно изделие и объем расхода материалов на один день заданы таблицей:

Вид материалов	Нормы расхода материалов на одно изделие, усл. ед.			Расход материалов на один день, усл. ед.
	Стулья	Стол	Шкафы	
ЛДСП 2500х1830х25мм	0,9	1,8	5,7	1560
МДФ 2800*2070*6 мм,	0,75	1,3	4,5	1195
ДВПО 2745*1220*3,2	0,4	2	3,5	1270

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида изделий.



Решение:

Пусть ежедневно фабрика выпускает x_1 стульев, x_2 столов и x_3 шкафов. Тогда в соответствии с расходом материалов каждого вида имеем систему:

$$\begin{cases} 0,9x_1 + 1,8x_2 + 5,7x_3 = 1560 \\ 0,75x_1 + 1,3x_2 + 4,5x_3 = 1195 \\ 0,4x_1 + 2x_2 + 3,5x_3 = 1270 \end{cases}$$

$$\Delta = 0,096$$

$$\Delta_1 = 28,8$$

$$\Delta_2 = 38,4$$

$$\Delta_3 = 9,6$$

$$x_1 = 28,8/0,096 = 300$$

$$x_2 = 38,4/0,096 = 400$$

$$x_3 = 9,6/0,096 = 100$$

Ответ: фабрика выпускает ежедневно 300 стульев, 400 столов, 100 шкафов.



Самостоятельная работа

Кондитерская фабрика производит продукцию трех видов: торты, пирожные и рулеты. Для их производства используется сырье трех типов: мука 1 кг, молоко 1 л., сахар 1 кг. Нормы расхода каждого из них на одну продукцию и объем расхода сырья на один день заданы таблицей:

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одну продукцию, усл. ед.			Расход сырья на один день, усл. ед.
	Торты	Пирожные	Рулеты	
Мука (1 кг)	1,6	0,3	0,8	216
Молоко (1 л.)	2,7	0,2	0,6	232
Сахар (1 кг)	0,6	0,1	0,4	88

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида продукции.



Решение:

Пусть ежедневно фабрика выпускает x_1 тортов, x_2 пирожных и x_3 рулетов. Тогда в соответствии с расходом сырья каждого вида имеем систему:

$$\begin{cases} 1,6x_1 + 0,3x_2 + 0,8x_3 = 216 \\ 2,7x_1 + 0,2x_2 + 0,6x_3 = 232 \\ 0,6x_1 + 0,1x_2 + 0,4x_3 = 88 \end{cases}$$

$$\Delta = -0,064$$

$$\Delta_1 = -3,2$$

$$\Delta_2 = -12,8$$

$$\Delta_3 = -6,08$$

$$x_1 = -3,2 / -0,064 = 50$$

$$x_2 = -12,8 / -0,064 = 200$$

$$x_3 = -6,08 / -0,064 = 95$$

Ответ: фабрика выпускает ежедневно 50 тортов, 200 пирожных и 95 рулетов.

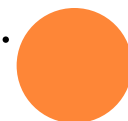


Домашняя работа

Типография производит печать продукции трех видов: газеты, журналы, книги. Для их производства используется сырье трех типов: бумага 297×420 мм, краска для печати 1 л., бумвинил 1 м^2 . Нормы расхода каждого из них на одну продукцию и объем расхода сырья на один день заданы таблицей:

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одну продукцию, усл. ед.			Расход сырья на один день, усл. ед.
	Газеты	Журналы	Книги	
Бумага 297×420 мм	5	25	150	23750
Краска для печати 1 л.	1,3	2,1	5,4	1715
<u>Бумвинил</u> 1 м^2	0	0	1,2	120

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида продукции.



РЕФЛЕКСИЯ

- Я сегодня молодец!
- Я узнала.....
- Я научилась.....



кто молодец? – я молодец!!!



СПАСИБО!



ВЫ МОЛОДЦЫ!

