

Министерство образования и науки Самарской области
государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Самарской области
«Борский государственный техникум»

УТВЕРЖДАЮ
Директор ГБПОУ СО
«Борский государственный техникум»
А.А. Беляев
«__» _____ 2023 г.

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА УРОКА

по дисциплине ЕН.01 «Математика»
на тему: «Решение систем линейных уравнений методом
Крамера»

специальность: 44.02.01 Дошкольное образование

Разработала:
Ромеева Н. С. – преподаватель
математики

с. Борское, 2023 г.

ПЛАН УРОКА

ПО ДИСЦИПЛИНЕ ЕН.01 «Математика»

Тема: «Решение систем линейных уравнений методом Крамера»

ЦЕЛИ УРОКА

1. дидактическая - формирование умений и навыков решения систем линейных уравнений по формулам Крамера и применения данного метода при решении прикладных задач;
2. воспитательная – воспитание интереса к дисциплине, стремления к активной познавательной деятельности, инициативе и творчеству, чувства ответственности, уверенности в себе;
3. развивающая – формирование общих компетенций: учебно-познавательной, коммуникативной деятельности;
4. методическая – использование интерактивных методов.

ЗАДАЧИ УРОКА

- обеспечить усвоение (повторение, закрепление) основных определений, понятий, алгоритма решения СЛУ, относящихся к данной теме.
- сформировать (продолжить формирование, закрепить) у обучающихся умение давать четкие определения, решать задачи на данную тему, логически излагать свои мысли, работать на результат и т.д.
- воспитывать усидчивость, умение преодолевать трудности при выполнении заданий, силу воли, настойчивость, упорство;
- воспитывать ответственность за результаты учебного труда, понимание его значимости.

Формируемые компетентности: Организовывать собственную деятельность, определять методы решения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

Тип урока: изучение нового материала.

Методы урока: словесные, наглядные, практические, проблемно-поисковые, самостоятельная работа, мультимедийное сопровождение.

Оснащение урока:

- **Техническое:** доска, экран, ЭВМ, мультимедийный проектор;
- **Программное:** MS Power Point, Plickers, ZipGrade, MS Excel.

Дидактический материал: презентация, индивидуальные карточки студентов.

Литература

1. Гончаренко, Василий Михайлович.

Элементы высшей математики : учебник / В.М. Гончаренко, Л.В. Липагина, А.А. Рылов. - Москва : КНОРУС, 2022. - 364 с. - (Среднее профессиональное образование). 2/ 363 Д ISBN 978-5-406-09798-4

Продолжительность занятия: 45 минут

ХОД УРОКА

№	Структурный элемент урока	Время	Методические особенности и краткие указания по проведению урока	Примечание
1	Организационная часть Сообщение темы и цели урока. Мотивация	5	- Приветствие - Проверка отсутствующих На доске написана тема урока, преподаватель озвучивает её Рассказ о роли, изучаемой темы	
2	Проверка освоения предыдущего материала	5	Тестовый контроль по теме «Матрицы и определители».	Тестовый материал в программе Plickers
3	Сообщение новых знаний	20	Объяснение нового материала	Презентация
4	Самостоятельная работа	5	Выполнение заданий на закрепление материала	Гончаренко, Василий Михайлович. Элементы высшей математики : учебник / В.М. Гончаренко, Л.В. Липагина, А.А. Рылов. - Москва : КНОРУС, 2022. - 364 с. - (Среднее профессиональное образование). 2/ 363 Д ISBN 978-5-406-09798-4
5	Подведение итогов урока (рефлексия) Выдача домашнего задания	5	Качественная характеристика работы студентов	Гончаренко, Василий Михайлович. Элементы высшей математики : учебник / В.М. Гончаренко, Л.В. Липагина, А.А. Рылов. - Москва : КНОРУС, 2022. - 364 с. - (Среднее профессиональное образование). 2/ 363 Д ISBN 978-5-406-09798-4

КОНСПЕКТ УРОКА.

1. Организационный этап.

«Математику нельзя изучать,
наблюдая, как это делает сосед»
математик Айвен Нивен.

Тема урока: Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера.
(отметка отсутствующих, сдача домашнего задания)

Целями нашего сегодняшнего урока являются:

1. дидактическая - формирование умений и навыков решения систем линейных уравнений по формулам Крамера и применения данного метода при решении прикладных задач;
2. воспитательная – воспитание интереса к дисциплине, стремления к активной познавательной деятельности, инициативе и творчеству, чувства ответственности, уверенности в себе;
3. развивающая – формирование общих компетенций: учебно-познавательной, коммуникативной деятельности;
4. методическая – использование интерактивных методов.

Знания, полученные вами на этом уроке, будут полезны вам при решении задач практического содержания. Такие задачи будут рассмотрены нами на данном уроке. На прошлом уроке мы рассмотрели формулу нахождения определителя третьего порядка, смогли посчитать его с помощью прикладной программы MS Excel, а сегодня рассмотрим один из способов решения систем линейных уравнений. Но для начала проведем проверку полученных ранее знаний.

2. Проверка полученных ранее знаний.

Опрос проводится с помощью программы Plickers.

3. Сообщение новых знаний.

Давайте вспомним какие методы решения систем линейных уравнений вы изучали в школе?

В школе изучались следующие методы решения систем уравнений:

- метод подстановки;
- метод сложения;
- графический метод.

Сегодня на уроке мы рассмотрим еще один способ решения систем линейных уравнений: по правилу Крамера.

Знакомство с биографией Крамера



Габриэль Крамер

Крамер является одним из создателей линейной алгебры. В одной из самых известных его работ «Введение в анализ алгебраических кривых», Крамер строит систему линейных уравнений и решает её с помощью алгоритма, названного позже его именем – метод Крамера.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \quad (1)$$

Главным определителем системы уравнений (1) называется определитель, составленный из коэффициентов при неизвестных x , y , z . Этот определитель мы будем обозначать греческой буквой Δ и называть его основным определителем системы.

$$\Delta = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Первым вспомогательным определителем системы уравнений (1) называется определитель $\Delta_x = |A|_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$.

Он получен из главного определителя этой системы уравнений путем замены *первого* столбца на столбец свободных членов.

Вторым вспомогательным определителем системы уравнений (1) называется определитель $\Delta_y = |A|_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}$.

Он получен из главного определителя этой системы уравнений путем замены *второго* столбца на столбец свободных членов.

Третьим вспомогательным определителем системы уравнений (1) называется определитель $\Delta_z = |A|_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$.

Он получен из главного определителя этой системы уравнений путем замены *третьего* столбца на столбец свободных членов.

Предлагаемый метод решения систем линейных уравнений это так называемое правило Крамера.

Правило Крамера:

Если главный определитель системы уравнений (1) не равен 0, то система уравнений имеет единственное решение:

$$x = \frac{|A|_1}{|A|}, \quad y = \frac{|A|_2}{|A|}, \quad z = \frac{|A|_3}{|A|}$$

Составим алгоритм решения систем линейных уравнений по правилу Крамера.

Студенты предлагают последовательность действий по решению системы линейных уравнений по правилу Крамера.

Алгоритм:

1. Найдите главный определитель системы.
2. Найдите вспомогательные определители системы.
3. Найдите неизвестные, пользуясь формулами Крамера.
4. Запишите ответ.

Решим систему линейных уравнений методом Крамера.

$$\begin{cases} x + y - z = 6, \\ 2x + 3y + z = 9, \\ x + 2y + 4z = -1. \end{cases} \quad \text{Решение: Найдем основной определитель}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 12 + 1 - 4 + 3 - 8 - 2 = 2 \neq 0$$

Найдем дополнительные определители:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 9 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 2$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 6 & -1 \\ 2 & 9 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \end{vmatrix} = 6$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & 9 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -4$$

По формулам Крамера:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{2}{2} = 1, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{6}{2} = 3, \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-4}{2} = -2$$

Ответ: (1;3;-2)

Решим экономическую задачу. Оформить в тетради.

Решим систему линейных уравнений методом Крамера.

Мебельная фабрика выпускает изделия трех видов: стулья, столы и шкафы. Для их производства используются материалы трех типов: ЛДСП 2500х1830х25мм, МДФ 2800*2070*6 мм, ДВПО 2745*1220*3,2. Нормы расхода каждого из них на одно изделие и объем расхода материалов на один день заданы таблицей:

Вид материалов	Нормы расхода материалов на одно изделие, усл. ед.			Расход материалов на один день, усл. ед.
	Стулья	Стол	Шкафы	
ЛДСП 2500х1830х25мм	0,9	1,8	5,7	1560
МДФ 2800*2070*6 мм,	0,75	1,3	4,5	1195
ДВПО 2745*1220*3,2	0,4	2	3,5	1270

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида изделий.

Решение:

Пусть ежедневно фабрика выпускает x_1 стульев, x_2 столов и x_3 шкафов. Тогда в соответствии с расходом материалов каждого вида имеем систему:

$$\begin{cases} 0,9x_1 + 1,8x_2 + 5,7x_3 = 1560 \\ 0,75x_1 + 1,3x_2 + 4,5x_3 = 1195 \\ 0,4x_1 + 2x_2 + 3,5x_3 = 1270 \end{cases}$$

$$\Delta = 0,096$$

$$\Delta_1 = 28,8$$

$$\Delta_2 = 38,4$$

$$\Delta_3 = 9,6$$

$$x_1 = 28,8/0,096 = 300$$

$$x_2 = 38,4/0,096 = 400$$

$$x_3 = 9,6/0,096 = 100$$

Ответ: фабрика выпускает ежедневно 300 стульев, 400 столов, 100 шкафов.

4.Самостоятельная работа студентов

Кондитерская фабрика производит продукцию трех видов: торты, пирожные и рулеты. Для их производства используется сырье трех типов: мука 1 кг, молоко 1 л., сахар 1 кг. Нормы расхода каждого из них на одну продукцию и объем расхода сырья на один день заданы таблицей:

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одну продукцию, усл. ед.			Расход сырья на один день, усл. ед.
	Торты	Пирожные	Рулеты	
Мука (1 кг)	1,6	0,3	0,8	216
Молоко (1 л.)	2,7	0,2	0,6	232
Сахар (1 кг)	0,6	0,1	0,4	88

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида продукции.

Проверка правильности решения

Решение:

Пусть ежедневно фабрика выпускает x_1 тортов, x_2 пирожных и x_3 рулетов. Тогда в соответствии с расходом сырья каждого вида имеем систему:

$$\begin{cases} 1,6x_1 + 0,3x_2 + 0,8x_3 = 216 \\ 2,7x_1 + 0,2x_2 + 0,6x_3 = 232 \\ 0,6x_1 + 0,1x_2 + 0,4x_3 = 88 \end{cases}$$

$$\Delta = -0,064$$

$$\Delta_1 = -3,2$$

$$\Delta_2 = -12,8$$

$$\Delta_3 = -6,08$$

$$x_1 = -3,2 / -0,064 = 50$$

$$x_2 = -12,8 / -0,064 = 200$$

$$x_3 = -6,08 / -0,064 = 95$$

Ответ: фабрика выпускает ежедневно 50 тортов, 200 пирожных и 95 рулетов.

5. Домашнее задание. Выучить формулы. Решить систему уравнений методом Крамера.

Типография производит печать продукции трех видов: газеты, журналы, книги. Для их производства используется сырье трех типов: бумага 297×420 мм, краска для печати 1 л., бумвинил 1 м². Нормы расхода каждого из них на одну продукцию и объем расхода сырья на один день заданы таблицей:

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одну продукцию, усл. ед.			Расход сырья на один день, усл. ед.
	Газеты	Журналы	Книги	
Бумага 297×420 мм	5	25	150	23750
Краска для печати 1 л.	1,3	2,1	5,4	1715
Бумвинил 1 м ²	0	0	1,2	120

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида продукции.

6.Рефлексия

«Самопохвала». Учащиеся подводят итог урока с помощью фраз: «Я сегодня, молодец! Я узнал... Я научился...» и др.

Подводя итог сегодняшнего урока, хочу сказать, что целей, поставленных в начале занятия мы достигли. Мы разобрались, как решать системы уравнений методом Крамера, сумели автоматизировать свою работу с помощью программы MS Excel.

Информационное обеспечение обучения

Основные источники:

1. Гончаренко, Василий Михайлович.

Элементы высшей математики : учебник / В.М. Гончаренко, Л.В. Липагина, А.А. Рылов. - Москва : КНОРУС, 2022. - 364 с. - (Среднее профессиональное образование). ISBN 978-5-406-09798-4

2. Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – М.: Издательский центр «Академия», 2016. – 256 с. ISBN 978-5-4468-2623-0

Дополнительные источники:

1. Башмаков М.И. Математика: учебник для учреждений нач. и сред. проф. образования / 8-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 256 с.
2. Атанасян Л.С. и др. Геометрия 10-11 кл. – М., 2010
3. Гнеденко Б. В., Элементарное введение в теорию вероятностей М., «Наука», 1982.
4. Гусак А. А., Теория вероятностей, Минск ТетраСистемс, 2002.
5. Валуцэ И.И., Математика для техникумов, Москва «Наука», 1990
6. Григорьев В.П., Элементы высшей математики: Учебник. - М., «Академия», 2004.
7. Григорьев С.Г. Математика – М.: «Академия», 2005.