

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
им. И.Н.Ульянова»**

**Факультет непрерывного образования и образовательных
технологий**

**Кафедра дошкольного и начального образования
и методики преподавания общеобразовательных дисциплин**

**«Развитие логического мышления у учащихся в процессе обучения
математике»**

Выполнила:

Нуждина Елена Геннадьевна

учитель математики

**«Средняя общеобразовательная
школа №22 с углубленным изучением
иностранных языков имени
Василия Тезетева»**

Г. Ульяновск

Ульяновск

2023

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА I. Теоретические основы развития логического мышления школьников.....	4
1.1. Психолого-педагогическая характеристика логического мышления.....	4
1.2. Особенности формирования логического мышления	8
1.3. Условия развития логического мышления школьников на уроках математики.....	12
Глава II. Отражение логического мышления.....	15
1.1. Проявление проблем недостаточного логического мышления...	15
1.2. Дидактическое содержание курса в 10-11 классах.....	19
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	20
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	21
Приложение.....	24

На современном этапе развития общества большое внимание должно уделяться воспитанию подрастающего поколения, которое через несколько лет придет на смену настоящему. Школа обеспечивает начальный этап становления личности, развития всех познавательных процессов, формирует умение и желание учиться.

С введением Федерального государственного образовательного стандарта нового поколения перед начальным образованием установились новые цели. Главной целью образовательного процесса - формирование универсальных учебных действий, таких как: личностные, регулятивные, познавательные, коммуникативные. Познавательные универсальные действия включают: общеучебные, логические, а также постановку и решение проблем.

Уже в начальной школе дети должны овладеть элементами логических действий (сравнения, классификации, обобщения и др.). Поэтому одной из важнейших задач, стоящих перед учителем, является развитие всех качеств и видов мышления, которые позволили бы детям строить умозаключения, делать выводы, обосновывая свои суждения, и, в конечном итоге, самостоятельно приобретать знания и решать возникающие проблемы.

Многолетний психолого-педагогический эксперимент В.В. Давыдова, Д.Б. Эльконина, Л.В. Занкова и других педагогов и психологов убедительно доказывает, что даже младшие школьники в состоянии усваивать, причем в обобщенной форме, гораздо более сложный материал, чем это представлялось до последнего времени. Мышление школьников, несомненно, имеет еще очень большие и недостаточно используемые резервы и возможности. Одна из основных задач психологии и педагогики – до конца вскрыть эти резервы и на их основе сделать обучение более эффективным и творческим.

В результате работа над развитием логического мышления учащихся идет недостаточно. Это приводит к тому, что развитие логического мышления в значительной мере идет стихийно, поэтому большинство учащихся не овладевают начальными приемами мышления, без них полноценного усвоения материала не происходит.

Поэтому я считаю развитие логического мышления школьников актуальной задачей.

Основы развития логического мышления

1.1. Психолого-педагогическая характеристика логического мышления

Развитие общества людей невозможно без передачи новому поколению от всех предшествующих поколений опыта и знаний, обобщенных в различных научных дисциплинах. Такая связь поколений становится возможной благодаря уникальной способности человеческого мозга познавать объективный мир.

Познание человеком окружающего мира осуществляется в двух основных формах: в форме чувственного познания и в форме абстрактного мышления. Чувственное познание проявляется в виде ощущений, восприятий и представлений. Используя данные ощущений, восприятий, представлений, человек с помощью и в процессе мышления выходит за пределы чувственного познания, т.е. начинает познавать такие явления внешнего мира, их свойства и отношения, которые непосредственно не даны в восприятиях и поэтому непосредственны вообще и не наблюдаемы. Таким образом, благодаря мышлению человек оказывается способным уже не материально, не практически, а мысленно преобразовывать объекты и явления природы. Человеческая способность мыслить сильно расширяет его практические возможности. Отсюда следует то, что одной из основных задач современного школьного образования является развитие мышления учащихся.

Первым попытался определить сущность феномена «мышление» И. М. Сеченов, который считал, что мысль человека есть «встреча» с действительностью, в процессе которой действительность познается; есть ответная реакция человека на воздействие действительности. Ему же принадлежит высказывание о том, что мышление есть процесс.

Сравнивая мышление с другими проявлениями психики человека, выявляем, что оно наиболее скрыто и труднодоступно для изучения. Исследуя этот феномен, отечественные и зарубежные психологи руководствуются принципом детерминизма, который определяется следующим образом: внешние причины действуют через внутренние условия. В отечественной психологии основное внимание было уделено исследованиям закономерностей мыслительной деятельности. Особенно в теориях мышления Л. С. Выготского, Б. Г. Ананьева, Ж. Пиаже, С. Л. Рубинштейна.

Известный зарубежный психолог – швейцарский ученый Ж. Пиаже предложил теорию развития мышления в детстве. Теория оказала большое влияние на современное понимание его развития. В теоретическом плане он придерживался мысли о практическом, деятельностном происхождении основных интеллектуальных операций. Отсюда и название «операциональная». С точки зрения Ж. Пиаже, операции это «внутреннее действие, продукт преобразования внешнего, предметного действия, скоординированного с другими действиями в единую систему, основным свойством которой является обратимость (для каждой операции существует симметричная и противоположная операция)». В развитии операционального интеллекта автор выделяет четыре стадии.

- 1) Стадия сенсомоторного интеллекта, охватывающая период жизни ребенка от рождения до примерно двух лет. Она характеризуется развитием способности воспринимать и познавать окружающие ребенка предметы в их достаточно устойчивых свойствах и признаках.
- 2) Стадия операционального мышления, включающая его развитие в возрасте от двух до семи лет. На этой стадии у ребенка складывается речь, начинается активный процесс интериоризации внешних действий с предметами, формируются наглядные представления.
- 3) Стадия конкретных операций с предметами. Она характерна для детей в возрасте от 7-8 до 11-12 лет. Умственные операции становятся обратимыми.
- 4) Стадия формальных операций. Ее в своем развитии достигают дети в среднем возрасте: от 11-12 до 14-15 лет. Данная стадия характеризуется способностью ребенка выполнять операции в уме, пользуясь логическими рас-суждениями и понятиями. Внутренние умственные операции превращаются на этой стадии в структурно организованное целое.

По мнению отечественного психолога Р.С. Немова, мышление - это особый вид познавательной деятельности. Через введение в психологию мышления, как категории деятельности, было преодолено противопоставление теоретического и практического интеллекта, объекта и субъекта познания. Теперь стало возможным ставить и решать вопросы о происхождении мышления, о его формировании и развитии у детей в результате целенаправленного обучения. Мышление в теории деятельности стали понимать как прижизненно формирующуюся способность к решению разнообразных задач и целесообразному преобразованию действительности,

направленному на открытие скрытых от непосредственного наблюдения ее стороны .

В России наиболее широкое практическое применение получила теория формирования и развития интеллектуальных операций. Теорию разработал П. Я. Гальперин. В основе теории лежит представление о генетической зависимости между внутренними интеллектуальными операциями и внешними практическими действиями. Ранее это положение получило разработку и в трудах Ж. Пиаже. На ней же основывали свои теоретические и экспериментальные работы Л. С. Выготский и В. В. Давыдов .

С. Л. Рубинштейн считает, что мышление - это актуализация и применение знаний, которые являются единым процессом. Процесс актуализации - выбор из предыдущего опыта необходимых сведений и методов с использованием их в новых условиях.

Еще один вид мышления - логическое мышление. Оно обнаруживается, прежде всего, в протекании самого мыслительного процесса. Основное отличие от практического – логическое мышление осуществляется только словесным путем. Ребенок должен рассуждать, анализировать и устанавливать связи мысленно, отбирать и применять правила, приемы, действия, которые подходят к конкретной задаче. Он должен сравнивать и устанавливать искомые связи, группировать, различать сходные предметы. Всё это выполняется только с помощью умственных действий. Неразрывная связь мыслительной деятельности с наглядным чувственным опытом оказывает огромное влияние на ход развития понятий у школьников.

Дж. Дьюи считал, что всякое мышление, приводящее к заключению, логическое, безразлично, оправдается ли сделанное заключение, или окажется ошибочным. Иными слова, термин «логический» покрывает как логически правильное, так и логически неверное. В узком смысле термин логический относится только к тому, что как доказанное с необходимостью вытекает из посылок, определенных в понятии и или самоочевидно истинных, или предварительно доказанных. Строгость доказательства является здесь синонимом логического. То, что принято называть логическим представляет в действительности логику зрелого воспитанного ума. Умение расчленять предмет, определять его элементы и группировать их в классы согласно общим принципам представляет логическую способность на высшей ступени, достигнутую после основательного воспитания. Ум, обычно проявляющий умение подразделять, определять, обобщать и систематически воспроизводить, уже не нуждается в воспитании по логическим методам.

Логическое, с точки зрения изучаемого предмета, является целью, завершением воспитания, а не исходным пунктом.

К. Д. Ушинский считал, что логика должна стоять в преддверии всех наук, поэтому главное назначение обучения в младших классах - научить ребенка логически мыслить. Основой развития логического мышления должно стать наглядное обучение. Он утверждал, что без сравнения нет понимания, а без понимания нет суждения, поэтому необходимо широко применять этот прием. Н. Н. Михайлова под логическим мышлением понимает «мышление в форме понятий, суждений и умозаключений по правилам и законам логики, осуществляемое осознанно, развернуто и с ее помощью».

Л. Ю. Огерчук дает следующее определение: «Логическое мышление - это вид мышления, сущность которого состоит в оперировании понятиями, суждениями, умозаключениями на основе законов логики, их сопоставлении и соотнесении с действиями, или же совокупность умственных логических, достоверных действий или операций мышления, связанных причинно-следственными закономерностями, позволяющими согласовать наличные знания с целью описания и преобразования объективной действительности». Она считает, что сущность развития логического мышления заключается в овладении всей системой операций по переработке информации, содержащейся в знаниях, и информации, получаемой от предмета операций по выявлению этой информации, ее сопоставлению и соотнесению с действиями.

Основными формами логического мышления являются понятия, суждения и умозаключения. С ними неразрывно связаны логические приемы мышления.

Н.Ф. Талызина предложила следующую структуру иерархии логических операций и опирается на последующие определения данных операций:

- 1) анализ и выделение главного;
- 2) сравнение;
- 3) абстрагирование;
- 4) обобщение;
- 5) конкретизация.

1.2. Особенности формирования логического мышления

в школьном возрасте.

Известно, что человек начинает мыслить, когда перед ним встают вопросы, задачи или проблемы. А мыслительный процесс начинается тогда, когда возникает необходимость решить эти вопросы или проблемы. Мышление зарождается удивлением, недоумением или попыткой разрешить противоречие. Мышление - процесс познания нового. Как и другие качества ума его необходимо развивать, последовательно обучая отдельным элементам. Одним из таких элементов является логика и соответственно выделяют логическое мышление. Много интересных высказываний и ценных советов о развитии логического мышления учащихся мы встречаем в классических трудах Я. А. Коменского, К. Д. Ушинского.

Я. А. Коменский предлагал знакомить учащихся с краткими правилами умозаключений, подкрепляя их жизненными примерами и совершенствовать логическое мышление учащихся, анализируя проблемы на различных предметах.

В. А. Сухомлинский, наблюдая за ходом мышления детей, писал: «Что, прежде всего надо научить детей охватывать мысленным взором ряд предметов, явлений, событий, осмысливать связи между ними... Изучая мышление тугодумов, я все больше убеждался, что неумение осмысливать, например, задачу - следствие неумения абстрагировать, отвлекаться от конкретного. Надо научить ребят мыслить абстрактными понятиями».

Познавательная деятельность ребенка, а с ней и приобретаемые им знания становятся более глубокими, связными и осмысленными. Такой путь познания особенно эффективен в младших классах в изучении явлений природы с использованием опыта, в изучении математики, труда и во всех тех учебных предметах, где может быть использовано практическое действие как начальный путь познания предлагаемого детям учебного содержания.

На понимании роли практического действия как начальной ступени процесса развития всех высших форм мышления человека построена концепция «поэтапного формирования умственного действия», разработанная П.Я. Гальпериным.

На первом этапе ребенок использует для решения задачи внешние материальные действия. На втором - эти действия только представляются и проговариваются ребенком (сначала громко, а затем про себя). Лишь на

последнем, третьем этапе внешнее предметное действие «сворачивается» и уходит во внутренний план. Для каждого этапа превращения развернутого материального действия в его свернутую умственную модель характерен определенный тип ориентировки ученика в условиях и содержании предложенной ему задачи. На высшем уровне такими ориентирами становятся существенные для данного типа задач опознавательные признаки обобщенного характера (они выражены в законах, понятиях).

С переходом мышления ребенка на следующую, более высокую ступень развития начальные его формы, в частности практическое мышление, не исчезают, не «отменяются», но их функции в мыслительном процессе перестраиваются, изменяются.

В основу данной концепции было положено представление о генетической зависимости между внутренними интеллектуальными операциями и

внешними практическими действиями. Ранее это положение получило разработку во французской психологической школе (А. Валлон) и в трудах Ж. Пиаже.

Ж. Пиаже, изучая механизмы познавательной деятельности детей младшего школьного возраста, рассматривал становление интеллекта как стержневую линию психического развития ребенка, от которой зависят все другие психические процессы. Ж. Пиаже первым поставил задачу исследования качественного своеобразия детского мышления. С точки зрения Ж. Пиаже, развитие интеллекта проходит через три стадии (или четыре) и младший школьный возраст попадает под период формирования конкретно операционального интеллекта.

Так и Л. С. Выготский считал, что развитие мышления напрямую зависит от развития речи, последнее при этом является главной задачей начальной школы. Процесс психического развития обусловлен изменением уровня развития обобщений. Развивая значения слов, повышая уровень обобщений можно изменять системное строение сознания, т.е. управлять развитием сознания через обучение.

Высшей формой мышления является словесно-логическое мышление, посредством которого человек, опираясь на коды языка, становится способен отражать сложные связи, отношения, формировать понятия, делать выводы и решать поставленные перед ним задачи.

Словесно-логическое мышление ребенка, которое начинает развиваться еще в конце дошкольного возраста, предполагает уже умение оперировать словами и понимать логику рассуждений. Способность использовать словесные рассуждения при решении ребенком задач можно обнаружить уже в среднем дошкольном возрасте, но наиболее ярко она проявляется в феномене эгоцентрической речи, описанном Ж. Пиаже.

Развитие словесно-логического мышления у детей проходит как минимум два этапа. На первом из них ребенок усваивает значения слов, относящихся к предметам и действиям, научается пользоваться ими при решении задач, а на втором этапе им познается система понятий, обозначающих отношения, и усваиваются правила логики рассуждений. Последнее обычно относится уже к началу школьного обучения.

Такая трудная и сложная умственная работа не сразу удастся маленькому ребенку. Ребенок 7-8 лет обычно мыслит конкретными категориями. Чтобы сформировать у него научное понятие, необходимо научить его дифференцированно подходить к признакам предмета. Надо показать ребенку, есть существенные признаки, без наличия которых данный предмет не может быть подведен под данное понятие. Критерием овладения тем или иным понятием является умение им оперировать не только на вербальном уровне, но и применять на практике. Если учащиеся 1-2-го класса отмечают, прежде всего наиболее наглядные внешние признаки, характеризующие назначение объекта или его действие, то к 3-4-му классу школьники уже больше опираются на знания, представления, сложившиеся в процессе обучения. То есть происходит переход к стадии формальных операций, которая связана с определенным уровнем развития способности к обобщению и абстрагированию. К окончанию обучения в начальной школе учащийся, который в совершенстве владеет логическими умениями, способен сравнивать по 4-5 качественным признакам, называя основание сравнения; классифицировать объекты по существенному признаку; осознанно осуществляет действия.

В соответствии со степенью выраженности этих показателей мы выделили три уровня сформированности логических умений:

Высокий уровень, если ребенок объединяет в одну группу многоугольники; отвечает правильно и полно, аргументирует свой ответ; заметив ошибку или неточность, исправляет ее сам; объясняет, почему именно так следует ответить.

Средний уровень, если ребенок ответил верно, но односложно; пытается объяснить ответ, используя формальное или поверхностное объяснение;

самостоятельно исправляет ошибки, ребенок объединяет четырехугольники, треугольники, круги, пятиугольник.

Низкий уровень, если ребенок на вопросы не ответил, или ответил наугад или с ошибками, «показать» решение на наглядном материале не смог, объяснить свой ответ не может, с трудом исправляет ошибки, ребенок не объединяет фигуры, перечисляет каждую в отдельности.

Установлено многими психологами и педагогами, что процесс обучения в школе затрудняют:

- малый объем пассивного и активного словаря;
- отсутствие знаний смысла и значений отдельных понятий;
- непонимание прямого и переносного смысла;
- неумение работать с понятиями (находить их существенные и несущественные признаки, обобщать, классифицировать, проводить аналогии и т.д.)

Таким образом, можно сделать вывод, что недостаточное владение мыслительными операциями в целом уменьшают эффективность процесса обучения, что в свою очередь отрицательно влияет на полноценное развитие личности младшего школьника. Овладевая языком, общаясь с другими людьми, учась пользоваться различными предметами сначала в игре, затем в учении и в труде человек развивает мышление посредством мыслительной деятельности.

Мыслительная деятельность - система мыслительных действий, направленная на решение какой-либо проблемы. Отдельные мыслительные действия связаны с решением промежуточных задач, составных частей общей проблемы. Мыслительные действия - совокупность мыслительных операций, к которым относятся сравнение, обобщение, абстрагирование, классификация и конкретизация.

1.3. Условия развития логического мышления

школьников на уроках математики

Развитию мышления в школьном возрасте принадлежит особая роль. С началом обучения мышление выдвигается в центр психического развития ребенка и становится определяющим в системе других психических функций, которые под его влиянием интеллектуализируются и приобретают произвольный характер.

Мышление ребенка школьного возраста находится на переломном этапе развития. В этот период совершается переход от наглядно-образного к словеснологическому, понятийному мышлению, что придает мыслительной деятельности ребенка двойственный характер: конкретное мышление, связанное с реальной действительностью и непосредственным наблюдением, уже подчиняется логическим принципам, однако отвлеченные, формально-логические рассуждения детям еще не доступны.

Известно, что новообразованием младшего школьного возраста выступает логическое мышление. От того, насколько сформированы его элементы у ребёнка, поступающего в школу, будет во многом зависеть успешность обучения вообще, и математики в частности. Учёными указывается, что большое значение в развитии логического мышления детей имеет развитие мыслительных операций.

Особое место занимают мыслительные операции, такие как выделение и абстрагирование свойств предметов, их сравнение и классификация.

Ребёнок познаёт окружающий мир, учится различать предметы и окружающие явления по существенным признакам, сравнивает их, учится находить в предметах и явлениях что-то общее и по этому признаку классифицировать их, т.е. учиться мыслить.

Педагогическими условиями развития логического мышления у детей школьного возраста является, прежде всего, использование различных средств и методов. Учитывая, что всё-таки большинство учителей работают по традиционным программам, возникает потребность педагогов практиков в методическом материале, направленном на развитие логического мышления, мыслительных операций, которые можно было бы использовать на уроках.

Теоретические и экспериментальные работы Л. С. Выготского и С. Л. Рубинштейна свидетельствуют о том, что ни одно из специфических качеств

- логического мышления, творческое воображение, осмысленная память не может развиваться у ребёнка независимо от воспитания, в результате спонтанного созревания врожденных задатков. Они формируются на протяжении детства, в процессе воспитания, которое играет, как писал Н. В. Квач “ведущую роль в психическом развитии ребенка”.

А. С. Урунтаев отмечает, что необходимым условием развития логического мышления ребенка является обучение его сравнивать, обобщать, анализировать, развивать речь, научить ребенка писать. Так как механическое запоминание разнообразной информации, копирование взрослых рассуждений ничего не дает для развития мышления детей.

Поэтому важным условием является обучение и развитие логического мышления ребёнка, которые должны быть непринужденными, осуществляться через свойственные конкретному возрасту виды деятельности и педагогические средства. Для развития логического мышления имеются и разнообразные развивающие материалы. Наиболее продуктивным пособием являются логические блоки, разработанные венгерским психологом Дьенешем, для развития раннего логического мышления детей. Блоки Дьенеша это - набор геометрических фигур, состоящий из 48 объёмных фигур, различающихся по форме (круги, квадраты, прямоугольники, треугольники), по цвету (жёлтые, синие, красные), размеру (большие и маленькие) по толщине (толстые и тонкие). То есть, каждая фигура характеризуется четырьмя свойствами: цветом, формой, размером, толщиной. В наборе даже нет двух фигур, одинаковых по всем свойствам. В практике используются в основном плоские геометрические фигуры. Весь комплекс игр и упражнений с блоками Дьенеша – это длинная интеллектуальная лестница, а сами игры и упражнения – её ступеньки. На каждую из этих ступенек ребёнок должен встать. Логические блоки помогают постепенно ребёнку овладеть мыслительными операциями и действиями, к ним относятся: выявление свойств, их сравнение, классификация, обобщение, кодирование и декодирование, а так же логические операции.

Развитие логического мышления также возможно заданиями:

- логические ряды (найти предмет, который по каким-то параметрам отличается от остальных в ряду или составлять логические ряды из набора картинок и т.п.);
- лабиринты (прохождение разнообразных лабиринтов);

- найти логические связи (например, сходные предметы: тень и того кто ее отбрасывает, хвост или часть тела и того чьи они, маму и малыша, Живот-ное и его пищу);
- исправление ошибок (исправить неправильную форму);
- сгруппировать предметы по признакам (например: фрукты и овощи, буквы и цифры и т.д.);
- решение ребусов, кроссвордов, загадок
- найти предмет (животное, человека) по признакам (например: у Кати светлые волосы и очки).

Каждый преподаватель имеет право на свой собственный стиль и почерк преподавания. При выборе путей осуществления учебного процесса следует помнить, что нет универсальных методов и приемов обучения, нет сверх эффективного способа, которым можно заменить все остальные. Методы и приемы не могут быть самоцелью. Стремление включить в учебный процесс новые методы и принципы без достаточного на то основания является не чем иным, как педагогической модой. Уроки не должны быть однообразными.

Таким образом, педагогическими условиями развития логического мышления у детей младшего школьного возраста являются:

- включение детей в деятельность, в ходе которой могла бы ярко проявиться их активность в рамках нестандартной, неоднозначной ситуации;
- использование различных средств и методов;
- обучение школьников сравнивать, обобщать, анализировать.

Подводя итог вышесказанному, мы четко обозначили проблему развития логического мышления младших школьников. Поэтому именно развитию умения анализировать, сравнивать, выделять существенное, обобщать и конкретизировать мы посвятили нашу исследовательскую работу.

Исходя из этих позиций, нам необходимо проверить гипотезу в опыт-но-исследовательской работе. А именно: использовать комплекс упражнений, направленных на развитие умений выделять существенное, сравнивать,

обобщать, классифицировать; (упражнения должны носить проблемный характер, развивать познавательный интерес, соблюден дифференцированный подход).

Отражение логического мышления.

2.1. Проявление проблем недостаточного логического мышления.

Математические ошибки, которые допускают старшеклассники, выпускаясь из школы, неоднократно рассматривались в отечественной научно-методической литературы. В частности, в работах Г.П. Бевза, В.Г. Болтянского, В.М. Брадиса, В.А. Далингера, Ю.М. Колягина, Д.М. Маергойза, Н.А. Мацко, П.С. Моденова, Г.Н. Соболева, З.И. Слепкань.

При проведении ГИА по алгебре в 2010 году в 9 классах были отмечены типичные недочеты выполнения работы учащимися, среди которых можно выделить следующие:

1. Отсутствие в работах общих представлений о том, какие моменты решения действительно являются существенными;
2. Отсутствие выделения каких-либо этапов решения;
3. Отсутствие работ, в которых используются слова, раскрывающие логику рассуждений, такие как «следовательно», «поэтому», «значит» и пр;

Это указывает на то, что, переходя в старшие классы, ученик не обладает должным умением логических рассуждений. Он не воспринимает решение задачи как цепочку логических рассуждений, а скорее как последовательность заученных действий.

Среди основных ошибок в работах можно выделить:

1. Неверное употребление математической терминологии и символики в записи решения, например: вместо словосочетания «найдем корни квадратного трехчлена» употреблялось выражение «решим квадратный трехчлен»; вместо «решим неравенство» - «решим уравнение»;
2. Неуместное употребление логических союзов «И» и «ИЛИ». Например, результат решения квадратного уравнения записывают как « x_1 ИЛИ x_2 ».
3. Неверное использование совокупности (квадратная скобка) и системы (фигурная скобка).
4. Отсутствие стремления учащимися найти рациональное решение поставленной задачи.

Основной целью изучения логики в старших классах становится устранение этих пробелов и завершение формирования адекватного реальному логического мышления, способного решать сложные задачи, которые будут стоять перед подростками во взрослой или, в ближайшей перспективе, в высшем учебном заведении

Анализ содержания и причин возникновения типичных ошибок и затруднений, которые демонстрируют абитуриенты на вступительных испытаниях, позволяет строить методическую модель их математической подготовки. Математические ошибки, которые допускают выпускники, неоднократно рассматривались в отечественной научно-методической литературе, в частности в работах Г.П. Бевза, В.Г. Болтянского, В.М. Брадиса, В.А. Далингера, Ю.М. Коляги-на, Д.М. Маергойза, Н.А. Мацко, П.С. Моденова, Г.Н. Соболева, З.И. Слепкань. Различные аспекты причин ошибок, допускаемых школьниками, были исследованы в диссертациях Г.А. Асанова, Д.И. Икрамова, И.М. Кирилецкого, А.Г. Муханова, В.Г. Прочухаева, Д.А. Скрыпника, А.Ф. Сычикова и др. В этих работах перечислены типы допускаемых ошибок. Приведено большое количество примеров ошибочных рассуждений и связанных с ними неверных решений. Достаточно подробно исследованы отклонения действий учащихся от верных. Большое внимание уделяется различным тонкостям в математических рассуждениях.

Большинство исследователей единодушны в том, что чаще всего причина появления ошибки имеет методический характер, т. е. школьник либо не получил соответствующих знаний, либо не имеет устойчивых навыков их применения. При этом вопрос о фундаментальных причинах появления ошибок часто решается в чрезвычайно общей форме:

- недостаточное качество мышления,
- слабое проявление психических функций,
- необоснованный перенос,
- неверные ассоциации,
- слабое развитие навыков активизации мыслительных действий.

Анализ большого количества ошибок, проведенный рядом исследователей и обобщенный В.А. Стукаловым и Н.А. Стукаловой, позволил сделать вывод о том, что их содержание имеет две составляющие: математическую и

логическую. Таким образом, рассматривая ошибку как атрибут методики, можно полагать, что под ошибкой в учебной математической деятельности можно понимать результат умственных действий, который фактически нарушает (искажает) принципы, законы, правила логики и (или) школьной математики.

Необходимо заметить, что логика является основным инструментом, с помощью которого осуществляется процесс применения математических знаний. В этом смысле законы и правила логики являются более общими по отношению к математическим. Логическая и математическая составляющие содержания большинства ошибок тесно переплетаются, допущенные логические ошибки ведут к математическим либо являются причиной неверного решения. Выявляя соотношение логических и математических ошибок, можно установить следующие закономерности:

1. Старшеклассники значительно чаще допускают логические ошибки, чем математические. Это соотношение колеблется в пределах от 2:1 до 3:1.
2. Чем сложнее структура учебной математической деятельности, а в нашем случае это решение математических задач, тем больше вероятность появления ошибки.

В математике стоит выделить так называемые «математические софизмы». Они строятся в основном на неверном словоупотреблении, неточности формулировок, забывании условий теорем, незаконных обобщениях и т.д. По мере продвижения ученика по ступеням классной лестницы вопрос возможности разрешения математических софизмов становится всё более актуальным. Причём, многие педагоги замечают, что при объяснении материала стоит избегать ошибок, в том числе намеренных софизмов, чтобы избежать фиксации на них внимания учеников.

Также одним из проявлений недостаточно развития является неправильность речи, которая может присутствовать при изложении предметов, но ни в коей мере недопустима при изучении математики. Такой неправильностью, например, является двусмысленность: слово «квадрат» в разном математическом контексте может пониматься по-разному, и ученик должен уметь различать разные смыслы в разных контекстах.

В.М. Брадис также обозначает: двусмысленность произношения, двусмысленность конструкции, ошибку распределения и ошибку составления, и т.д.

Особенно А.А. Брадис выделяет неумение учеников средней школы самостоятельно формулировать вывод и правильно использовать обратные теоремы. Это неумение вытекает из недостаточной логической грамотности, которая ведёт за собой фатальные логические ошибки. Примером такой ошибки можно назвать вывод «все равные углы вертикальны» из утверждения «все вертикальные углы равны».

Также психологические исследования проблемы обучения решению задач показывают, что основные причины несформированности у учащихся общих умений и способностей в решении задач состоят в том, что школьникам не даются необходимые знания о сущности задач и общеметодологических подходах к их решению, поэтому они решают задачи, не осознавая должным образом свою собственную деятельность. У учащихся не вырабатываются отдельно умения и навыки в действиях, входящих в общую деятельность по решению задач, и поэтому им приходится осваивать эти действия в самом процессе решения задач, что многим школьникам не под силу.

Сложившаяся система обучения математике в школе практически не уделяет внимания формированию логической грамотности школьников. Ее элементы формируются стихийно в результате решения математических задач, когда применение правил и законов логики происходит на интуитивном уровне. Можно с уверенностью утверждать, что методические средства и приемы, позволяющие управлять процессом осознанного безошибочного применения правил и законов логики в математических рассуждениях и действиях, существенно повысят уровень качества математической подготовки старшеклассников.

2.1. Дидактическое содержание курса в 10-11 классе.

После того, как мы убедились в пользе изучения математической логики для развития логического мышления старшеклассником, необходимо определиться с дидактическим содержанием раздела.

В данной работе я предлагаю разбить изучение математической логики на две части: изучение логики высказываний в 10 классе и логики предикатов в 11 классе.

В 10 классе особый упор можно сделать на описание изучаемого в курсе математики материала средствами математической логики, а также привитие им навыков правильного оформления решения. Логика высказываний во многом совпадает с формальной логикой, поэтому основная задача этого раздела – направить развитие логического мышления в нужное русло и устранить хаотичность и интуитивность мышления, свойственную учащемуся среднего звена.

В разработке дидактического материала я предполагаю, что старшеклассники уже обучались основам логики в среднем и младшем звене по любой из программ, реализующих данное обучение. Далее, я предлагаю изучать следующие темы в разделе математической логики 10-го класса:

$\frac{3}{4}$ Понятие высказывания. Логические операции и основные формулы.

$\frac{3}{4}$ Тавтологии и противоречия.

$\frac{3}{4}$ Дедукция.

$\frac{3}{4}$ Понятие о выводе.

$\frac{3}{4}$ Непротиворечивость системы аксиом.

$\frac{3}{4}$ Формализация умозаключений.

Темы в разделе математической логики 11-го класса:

$\frac{3}{4}$ Предикат.

$\frac{3}{4}$ Термы.

$\frac{3}{4}$ Кванторы

$\frac{3}{4}$ Понятие о выводе.

$\frac{3}{4}$ Формализация умозаключений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Школьный возраст является активным пропедевтическим этапом развития логического мышления, в ходе которого закладываются основы осуществления логических операций анализа, синтеза, обобщения, ограничения, классификации, сравнения, абстрагирования и других, являющихся базой успешного овладения учебной программой общеобразовательной школы. К основным возрастным особенностям, характеризующим выполнение логических операций школьниками, относятся: преобладание чувственного, деятельностного анализа, над абстрактным, осуществление синтеза преимущественно в наглядной ситуации без отрыва от действий с предметами, стремление к подмене операции сравнения рядоположением объектов, связей и отношений между предметами и их свойствами, замена сущностных признаков предметов их яркими внешними признаками.

Также психологические исследования проблемы обучения решению задач показывают, что основные причины несформированности у учащихся общих умений и способностей в решении задач состоят в том, что школьникам не даются необходимые знания о сущности задач и общеметодологических подходах к их решению, поэтому они решают задачи, не осознавая должным образом свою собственную деятельность. У учащихся не вырабатываются отдельно умения и навыки в действиях, входящих в общую деятельность по решению задач, и поэтому им приходится осваивать эти действия в самом процессе решения задач, что многим школьникам не под силу.

Сложившаяся система обучения математике в школе практически не уделяет внимания формированию логической грамотности школьников. Ее элементы формируются стихийно в результате решения математических задач, когда применение правил и законов логики происходит на интуитивном уровне. Можно с уверенностью утверждать, что методические средства и приемы, позволяющие управлять процессом осознанного безошибочного применения правил и законов логики в математических рассуждениях и действиях, существенно повысят уровень качества математической подготовки старшеклассников.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.

1. В. П. Зинченко Психологические основы педагогики (ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ РАЗВИВАЮЩЕГО ОБУЧЕНИЯ Д. Б. ЭЛЬКОНИНА — В. В. ДАВЫДОВА) Гардарики МОСКВА 2002 <http://psychlib.ru/mgppu/zpo/ZPO-001-.htm>
2. Психология. В 3-х книгах. Немов Р.С. Психология. Немов Р.С. Кн. 1. Общие основы психологии. 2003, 4-е изд., 688с.
- с. Психология. В 3-х книгах. Немов Р.С. Психология образования. 1995, 2-е изд., 496с.
3. Развитие и диагностика мышления подростков и старшеклассников / А. З. Зак. — М.; Обнинск: ИГ—СОЦИН, 2010. — 350 с. <http://psychlib.ru/mgppu/Zrd-2010/Zrd-2010.htm>
4. Дьюи Д. Психология и педагогика мышления / Пер. с англ. Н.М. Никольской. -- М.: Совершенство, 1997.— 208 с. <http://pedlib.ru/Books/2/0136/index.shtml>
5. Энгельс Ф. Карл Маркс. "К критике политической экономии". – Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 13
6. Ковалёва Г.С. Состояние российского образования / Г.С. Ковалёва // Педагогика.- 2001. - №2 - С. 31-36.
7. Козубовский В. М. Общая психология: методология, сознание, деятельность. Мн., 2008
8. Курс лекций по дисциплине «Деятельностный подход в психологии». Составитель: М.Н. Волкова, к.п.н., доцент кафедры Психофизиологии и психологии труда ГИ МГУ им. адм. Г.И. Невельского. Лекция 1. Деятельностный подход и категория деятельности в психологии.
9. Артемьева Т.И. Методологический аспект проблемы способностей.-- М.: "Наука", 1977 /// *Леонтьев А. Н. Проблемы развития психики. М, 1972*
10. Петровский А.В. Развитие личности и проблема ведущей деятельности // Вопр. психологии 1987. № 1. – С. 16 – 20.
11. Леонтьев А.Н., 2001; аннотация

12. Федеральный компонент государственного стандарта общего образования. Часть II. Среднее (полное) общее образование./ Министерство образования Российской Федерации. - М. 2004. - 266 с.
<http://mon.gov.ru/work/obr/dok/obs/1487/>
13. Электронный научный журнал «Вестник Омского государственного педагогического университета» Выпуск 2007 ▪ www.omsk.edu В.А. Далингер Омский государственный педагогический университет “Экскурс в историю развития целей математического образования в российской школе”
www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-203.pdf
14. Мухаметзянова Ф.С. методист кафедры физико-математического образования УИПКПРО, Заслуженный учитель РФ “Особенности преподавания учебного предмета «Математика» в 2011-2012 учебном году”
15. Труды 1-го Всероссийского съезда преподавателей математики: 27-го декабря 1911 г. - 3-го января 1912 г. - СПб.: Типография "Север", 1913. Т. 2: Секции. - СПб., 1913. - 368 с. Неаполитанский, С. А. Начала логики в курсе школьной геометрии: доклад / С. А. Неаполитанский. - С.202
16. Логика – необходимый компонент современного образования. Алексеева Анна Дмитриевна, школа № 356 с лицейскими классами ВОУ МКО, г. Москва
17. Психология подростка В.А. Крутецкий
18. Мухина, В.С. Возрастная психология: феноменология развития, детство, отрочество: Учебник для студ. вузов. / В.С. Мухина - М.: Просвещение, 2000. - 456 с.
19. Немов, Р.С. Психология: Учеб. для студ. высш. пед. учеб. заведений: В 3 кн. Кн. 1: Общие основы психологии / Р.С. Немов — М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2003
20. Перькова, О.И. Выявление способности ребенка анализировать, сравнивать, обобщать. / О.И. Перькова, Л.И. Сазанова // Начальная школа. - 1994. - № 9.
21. Петрова, В.И. Развитие мышления при решении задач. / В.И. Петрова // Начальная школа - № 1 - с. 23-25.
22. Пиаже, Ж. Избранные психологические труды. / Ж. Пиаже ; пер. с франц. - М.: Педагогика, 2001. - 589 с.

23. Пиаже, Ж. Речь и мышление ребенка. / Ж. Пиаже – С-Пб.: Союз, 1997. – 436 с.
24. Психологический словарь / В.Н. Капарулина, М.Н. Смирнова, Н.О. Гордеева, Л.Н. Балобанова ; под общей ред. Ю.Л. Неймира. – Ростов н/Дону: Феникс, 2003.
25. Работа психолога в начальной школе. / М.Р. Битянова, Т.В. Азарова, Е.И. Афанасьева, Н.Л. Васильева - М.: Генезис, 2001. - 352 с.
26. Рубинштейн, С. Л. Основы общей психологии. / С. Л. Рубинштейн – СПб.: Питер, 2007.
27. Сеченов, И.М. О предмете мышления с физиологической точки зрения / И. М. Сеченов // Элементы мысли — М., 2001. — С. 356-366.
28. Талызина, Н.Ф. Педагогическая психология : Учеб.пособие для студентов средних пед. учеб. заведений. / Н.Ф. Талызина — М. : Академия, 1998. — 288с.

Приложение 1. Учебные издания по математической логике.

1. Гетманова А.Д. Логика. М., 2011. 16-е изд.
2. Гетманова А.Д. Учебник по логике. М., 2008.
3. Гетманова А.Д. Занимательная логика для школьников. Ч.І, ч.ІІ. М., 2008.
4. Гетманова А.Д. Задачник по занимательной логике для школьников. М., 2008.
5. Гетманова А.Д. Логические основы математики. Учеб. Пособие элективного курса для учащихся 10-11 классов. М., 2006.
6. Гетманова А.Д., Никифоров А.Л., Панов М.И., Уемов А.И., Яшин Б.Л. Логика. Учебное пособие. 10-11 классы. М., 2008. 3-е изд.
7. Горский Д.П. Логика. М., 1963.
8. Ивин А.А. Практическая логика. М., 2006.
9. Кириллов В.И., Старченко А.А. Логика. М., 2006.
10. Никифоров А.Л. Книга по логике. М., 1995.
11. Краткий словарь по логике. М., 1991.
12. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. М., 1995.
13. Челпанов Г.И. Учебник логики. М., 1994.
14. Яшин Б.Л. Логика. М., 2006.
- Гетманова А.Д. *Логика*. — М., 1986.
- Гетманова А.Д. и др. *Логика 10-11 классы*. — М., 1995.
- Горский Д.П. *Логика*. — М., 1963.
- Ивлев Ю.В. *Логика*. — М., 1992.
- Кириллов В.И., Старченко А.А. *Логика*. — М., 1987.
- Логика*. — Минск, 1974.
- Мельников А.Н. *Сборник задач по логике*. — Киев, 1990.
- Сборник упражнений по логике*. — Минск, 1991.
- Синцов В.И. *Логика*. — М., 1987.
- Теория и практика полемики*. — Томск, 1989.
- Уемов А.И. *Задачи и упражнения по логике*. — М., 1961.
- Упражнения по логике*. — М., 1990.

Приложение 2.

а) умения выделять существенное

1. Ребусы: ВИ 3 НА 100 Л ПРО 100 Р
2. В клетке находилось 4 кролика. Четверо ребят купили по одному из этих кроликов, и один кролик остался в клетке. Как это могло получиться?
3. Взрослый и ребёнок сели в лодку и отправились ловить рыбу. Взрослый говорит ребёнку: «Ты мне сын, но я тебе не отец». Кем приходится взрослый ребёнку?
4. Термометр показывает 10 градусов тепла. Сколько градусов показывают два таких термометра?
5. 6 картофелин сварилось в кастрюле за 30 минут. За сколько минут сварилась одна картофелина?
6. Вы зашли в тёмную комнату, где есть свеча, газовая плита, керосиновая лампа. Что вы зажжёте в первую очередь?
7. Выделение признаков предметов. Укажи признаки треугольника, квадрата.
8. Можно ли пустое ведро наполнить три раза подряд, ни разу не опоражнивая?
9. Сколько концов у двух палок?

Если Грушам дать по груше,
То одна в избытке груша;
То не хватит пары груш.
Сколько Груш и сколько груш?

б) умения владеть операцией сравнения

1. Аня жила ближе к школе, чем Валя. Кто из них жил от школы дальше?
2. Как из пяти спичек получить восемь, не ломая их?
3. В двух корзинах лежало по одинаковому количеству яблок. Из первой корзины переложили во вторую 10 яблок. На сколько больше стало яблок во второй корзине, чем в первой?
4. Начертите квадрат, разделите его на 4 равные части. Сколькими способами тебе удалось это сделать?
5. Вера и Катя пекли пирожки: кто-то из них – с капустой, кто-то – яйцом. У Кати не было пирожков с яйцом. Кто пёк пирожки с капустой?
6. Чем отличается треугольник от четырёхугольника?
7. Толя поймал окуня, ерша и щуку. Щуку он поймал раньше, чем окуня, а ерша позже, чем щуку. Какую рыбу толя поймал раньше других? Можно ли сказать, какая рыба была поймана последней?
8. Чем похожи и чем различаются числа: 6 и 60; 42 и 420?
9. На сколько единиц больше наибольшее двузначное число, чем наибольшее однозначное число?
10. Используя цифры 0, 3, 6, 9, написать наибольшее и наименьшее четырёхзначные числа.

11. Сравни ряды чисел.

6 10 14 18

5 9 13 17

3 5 7 9

7 11 15 19

12. Назови двузначное число, в котором число десятков на 9 больше числа единиц.

в) умения владеть операцией обобщения

1. Марина и Оля – сёстры. Марина сказала, что у неё 2 брата, и Оля сказала, что у неё тоже 2 брата. Сколько детей в семье Марины и Оли?

2. Я провёл у бабушки понедельник, вторник, среду и четверг, а моя сестра в ту же неделю – среду, четверг, пятницу и субботу. Сколько всего дней гостили мы у бабушки?

3. Игра «Угадай фигуру».

6 одинаковых граней, 12 одинаковых рёбер, 8 вершин.

3 угла, три разные стороны.

3 стороны, 3 угла, один из которых прямой.

4 прямых угла, 4 стороны, противоположные стороны равны.

3 стороны, 3 угла, 2 из которых прямые.

3 угла, 3 стороны, все стороны равны.

4. Расставьте в комнате 7 стульев так, чтобы у каждой стены стояло 2 стула.

5. Двое играли в шашки. Через некоторое время на доске осталось 5 шашек. Остались ли на доске 3 шашки одного цвета?

6. Если Захар ростом не выше Олега, то какого он может быть роста по сравнению с Олегом.

7. Шестиметровое бревно надо распилить на части, длиной по 1 метру. На отпиливание одной части тратится 2 минуты. За какое время будет распилено бревно?

8. Назови группу чисел одним словом:

а) 2, 4, 7, 9, 5, 6 – это

б) 18, 25, 33, 48, 57 – это

в) 231, 564, 987, 315 – это

9. На уроке физкультуры ученики выстроились в линейку на расстоянии 1 м друг от друга. Вся линейка растянулась на 25 м. сколько было учеников?

10. В субботу, устав от занятий в школе, Костя лёг спать в 9 часов вечера.

Чтобы на следующий день не вставать рано, но и не спать слишком долго, он завёл будильник на 11 часов. Сколько всего часов он проспит, прежде чем его разбудит будильник?

11. Даны ряды чисел:

1 2 3 4 5
 6 7 8 9 10
 11 12 13 14 15
 16 17 18 19 20
 21 22 23 24 25

Сумма первого вертикального ряда 55. быстро найдите суммы остальных четырёх вертикальных рядов.

12. На берёзе сидели две вороны и смотрели в разные стороны: одна на юг, другая на север.

- У тебя, - говорит первая ворона, - лапки в грязи.
 - А у тебя, - отвечает вторая, - клюв в земле.
 - Как же так? Смотрят в разные стороны, а друг друга видят?
- г) умения классифицировать [9, 21, 50]

1. Какой круг лишний? Проследите за изменением чисел и найдите круг, в котором это изменение не такое, как в других.



2. Продолжи ряд: 6, 11, 10, 15, 14, ...

3. «Найди закономерность».

А; Б; Г; Ё; Й; ...

35; 30; 37; 32; 39; ...

49; 42; 51; 44; 53; ...

4. Назови группы чисел одним словом:

а) 2, 4, 6, 8 – это

б) 1, 3, 5, 7, 9 – это

5. Продолжи ряд

4...6 10...

6...9 12...

8...12 14...

6. Три дня в августе была разная погода (2,5,10 августа). В один день было холодно и дождливо, в другой – тепло и дождливо, в третий – тепло и сухо. 2 и 10 августа было тепло, 5 и 10 – дождливо. Какая погода была в каждый из трёх дней?

7. У Серёжи, Миши, Кости и Вовы были мячи. Один – кожаный большой, второй – кожаный маленький, 3 – резиновый маленький, 4 – коричневый. У Миши и Кости – маленькие, у Миши и Вани – кожаные. У кого какой мяч?
8. Из 17 роз, 8 васильков и 9 ромашек составлен букет из 20 цветов. Есть ли в этом букете розы?