

Математическая логика

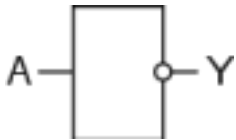
Имеет базу из 3х операций.

1) Отрицание, инверсия, операция «НЕ».

Обозначается $\neg A$, , неА

A	$\neg A$
0 (лож)	1
1 (истина)	0

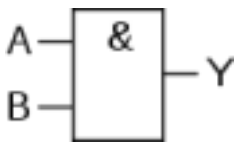
Схематически

В РФ	В ЕС
	

2) Конъюнкция, логическое умножение, операция «И» АлБ,
 $A \& B$, $A \bullet B$, AB , $A \text{ и } B$
 & амперсанд (,а ,но)

A	B	$A \& B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Схематически

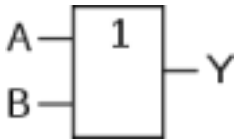
В РФ	В ЕС
	

Придумать рекламу где “и” меняется на “но” (или а) от чего меняется целевая группа.

3) Дизъюнкция, логическое сложение, операция «ИЛИ» $A \vee B$, $A|B$, $A+B$, АилиВ

A	B	$A B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Схематически

В РФ	В ЕС
	

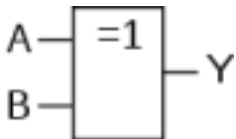
В языке часто под ИЛИ подразумевается не логическая операция «ИЛИ», а логическая операция «исключающее ИЛИ».

4) Сложение по модулю 2, операция «исключающее ИЛИ»

$A \vee B$, $A \oplus B$, или A или B, либо A либо B

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Схематически

В РФ	В ЕС
	

В языке так же часто используется конструкция мат логики
если A то B.

5) Импликация, следовательно.

$A \rightarrow B$, $A \Rightarrow B$ (используется как итоговое. Основное следование)

если А, то В

когда А, тогда В

при А, В

из А следует В

Для А необходимо В

Для В достаточно А

А	В	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

А посылка

В заключение

6) Эквивалентность, равнозначность, тождественность, равенство.

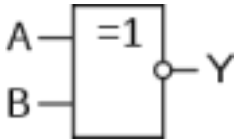
$A \leftrightarrow B$, $A \Leftrightarrow B$, $A \equiv B$.

А тогда и только тогда когда В

Для А необходимо и достаточно В

А	В	$A \Leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Схематически

В РФ	В ЕС
	

Эквивалентность некоторых логических выражений:

1) $A \rightarrow B \equiv (\neg A) \vee B$

Если у ромба есть прямой угол, то этот ромб - квадрат $\equiv \dots$

A	B	$A \rightarrow B$	$\neg A$	$(\neg A) \vee B$
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	1	1	0	1

2) $A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

A	B	$A \leftrightarrow B$	$A \rightarrow B$	$B \rightarrow A$	$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1

$A \leftrightarrow B \equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$

3) $A \oplus B \equiv \neg(A \leftrightarrow B)$

A	B	$A \oplus B$	$A \leftrightarrow B$	$\neg(A \leftrightarrow B)$
0	0	0	1	0
0	1	1	0	1

1	0	1	0	1
1	1	0	1	0

$$A \oplus B \equiv \neg((\neg A|B) \& (\neg B|A)) \equiv (\neg A \& B) | (\neg B \& A)$$

Основные свойства логических операций

Действия с константами

1) $A \vee 0 = A$

2) $A \vee 1 = 1$

3) $A \wedge 0 = 0$

4) $A \wedge 1 = A$

Идемпотентность

5) $A \vee A = A$

6) $A \wedge A = A$

Закон исключающего третьего

7) $A \vee \neg A = 1$

Закон противоречия

8) $A \wedge \neg A = 0$

Закон двойного отрицания

9) $\neg \neg A = A$

Коммутативность (от перестановки)

10) $A \vee B = B \vee A$

11) $A \wedge B = B \wedge A$

Ассоциативность (от порядка действий)

12) $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C) = A \vee (B \vee C)$

13) $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C) = A \wedge (B \wedge C)$

Купи яблоки и груши и помой посуду и пол

Купи яблоки, и купи груши, и помой посуду, и помой пол

Дистрибутивность (из симметрии операций)

$$14) A \& (B|C) = (A \& B)|(A \& C)$$

$$15) A|(B \& C) = (A|B) \& (A|C)$$

В речи или письме чистая

дистрибутивность редкость в связи с невозможностью иногда пользоваться запятыми.

(A или B) и C = Купи яблоки или груши и помой посуду

Купи яблоки и помой посуду или купи груши и помой посуду

Куплю молоко и бананы или печенье

A и (B или C) = A и если не B, то C

A или (B и C) = A или не верно, что если B, то не C = A или для не C недостаточно B

Закон де Моргана

$$16) \neg(A|B) = (\neg A) \& (\neg B)$$

$$17) \neg(A \& B) = (\neg A) | (\neg B)$$

A	B	A B	$\neg(A B)$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \& \neg B$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0

Закон склеивания (след 14, 15, 5, 6 и 1-4)

$$18) (A \& B)|(A \& \neg B) = A$$

$$19) (A|B) \& (A|\neg B) = A$$

Закон поглощения (через множества)

$$20) A \& (A|B) = A$$

$$21) A|(A \& B) = A$$

Закон Порецкого (след 14, 15 и 5, 6)

$$22) A \& (\neg A | B) = A \& B$$

$$23) A | (\neg A \& B) = A | B$$

Контрпозиция

$$24) A \rightarrow B = \neg B \rightarrow \neg A$$

Построить контрпозицию

Если я учусь на ОП, то я человек = ...

Цепное заключение

$$25) (A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C) = A \rightarrow C$$

Противоположность

$$26) A \leftrightarrow B = B \leftrightarrow A = \neg A \leftrightarrow \neg B = \neg B \leftrightarrow \neg A$$

Модус поненс

$$27) (A \& (A \rightarrow B)) \rightarrow B = 1$$

Раскрытие импликации через дизъюнкцию

$$28) A \rightarrow B = \neg A | B$$

Примеры

1) $\neg\neg A = A$

Я не хочу, не идти гулять.

Я хочу идти гулять.

2) $A|B = B|A$

Я хочу пойти погулять или посмотреть кино.

Я хочу посмотреть кино или пойти погулять.

3) $A \& B = B \& A$

Я хочу помыть руки и попить.

Я хочу попить и помыть руки.

4) $\neg(A|B) = (\neg A) \& (\neg B)$

Неверно, что я куплю молоко или печенье.

Я не куплю молоко и не куплю печенье.

5) $\neg(A \& B) = (\neg A) | (\neg B)$

Неверно, что я куплю молоко и печенье.

Я не куплю молоко или не куплю печенье.

6) $A \& (\neg A | B) = A \& B$

На улице жарко. На улице не жарко или солнечно.

На улице жарко и солнечно.

7) $A \& (A \rightarrow B) = A \& (\neg A | B) = A \& B$

На улице солнечно, а когда на улице солнечно, тогда на улице жарко.

На улице солнечно и жарко.

8) $A \rightarrow B = \neg B \rightarrow \neg A$

Если треугольник равносторонний, то он равнобедренный.

Если треугольник не равнобедренный, то он не равносторонний.

1) Построить контрпозицию

Если я это решил, то я молодец.

2) Раскрытие импликации через дизъюнкцию

Если я это решу, я буду молодцом.

3) Раскрытие импликации через дизъюнкцию и упростить.

Если я не получу 3 и не получу 4, то я получу 5.

4) Если я выспался, то у меня хорошее настроение, а если не выспался, то я рассеянный.

Как связаны хорошее настроение и рассеянность? (без упоминания выспанности)