

Муниципальная научно-практическая
(конференция, инженерная выставка, конкурс проектов)
для молодежи и школьников «Шаг в будущее!»

Числа Фибоначчи

Автор: **Сотникова Анастасия Викторовна**,
учащаяся 11А класса МОУСОШ №9 УКМО

Руководитель: **Почебутова Лариса Ильинична**,
учитель математики первой квалификационной
категории МОУСОШ №9 УКМО

г. Усть-Кут, Иркутская Область

2022 год

Оглавление

1. Введение	2
II. Основная часть	4
1. История чисел Фибоначчи	4
2. Числа Фибоначчи и их свойства	4
3. Числа Фибоначчи в природе.....	6
III. Практическая часть.....	8
Заключение	9
Список литературы:	10
Приложение	11

1. Введение

Математику называют "царицей всех наук", с детства известно, что она вокруг нас. Древняя история богата выдающимися математиками, а имена Евклида, Архимеда, Герона известны всем образованным людям. Что же касается средневековья? Самым значительным математиком того времени был Леонардо из Пизы, более известным под прозвищем Фибоначчи. В исследовательской работе представлены числа Фибоначчи, а также тесно связанный с ними феномен Золотого Сечения, что является с древности самым ярким проявлением гармонии в природе.

С темой данной работы я познакомилась относительно недавно, и меня очень заинтересовал этот вопрос: действительно ли числа Фибоначчи так часто встречаются в природе, вокруг нас? Актуальность исследования обусловлена суммированием и продвижением своих знаний в этой области, к тому же последовательность Фибоначчи, Божественная пропорция и Золотое Сечение встречаются не только в математике, но и в других сферах, так что это исследование пригодится и будет полезно мне не только в математике.

Проблема вызвана тем, что в обыденной жизни мы не замечаем окружающие нас числовые закономерности, которые включаются в ряд Фибоначчи. В курсе школьной программы они не изучаются, поэтому, чтобы познакомиться с ними, следует углубиться в дополнительную литературу и провести опыт.

Гипотеза: если математика, как нас учили еще с начальных классов, действительно вокруг нас, то значит ли это, что в природе можно все просчитать и что все вокруг подчиняется определенным числам, которые именуют как «числа Фибоначчи»?

Цель исследования: выяснить, действительно ли последовательность Фибоначчи встречается в природе, что это такое, и по какому принципу выделяют группу этих чисел.

Задачи:

1. Познакомиться с числами Фибоначчи и историей их создания.
2. Рассмотреть рекуррентную формулу ряда Фибоначчи.
3. Изучить свойства числового ряда Фибоначчи.
4. Рассмотреть и провести эксперимент (выращивание овса) проявление чисел Фибоначчи в природе.

Объект исследования - числа Фибоначчи

Предмет исследования - область применения чисел Фибоначчи; свойства чисел Фибоначчи.

Методы исследования в работе:

- теоретический (изучение дополнительной литературы).
- исследовательский (наблюдение, опыт).
- практический (расчеты числа фи).

II. Основная часть

1. История чисел Фибоначчи

Археологи часто в своих находках обнаруживают один и тот же элемент - узор в виде спирали. Кто-то считает, что это символ Солнца, но это только догадки.

Что общего между формами галактики и атмосферного циклона, расположением листьев на стебле и семян в подсолнухе?

Древняя история богата выдающимися математиками, а имена Евклида, Архимеда, Герона известны всем образованным людям. Но во времени Средневековья положение было совсем иным. Кроме Виета, жившего в шестнадцатом столетии, школьный курс математики не может назвать ни одного известного имени, которое было бы ближе к нашему времени в период Средневековья, а все потому, что математика в ту эпоху развивалась чрезвычайно медленно, и крупных математиков тогда было очень мало.

Будучи еще юным человеком, Леонардо Пизанский (точная дата его рождения неизвестна, предположительно Фибоначчи родился в 1170г., а умер в 1228г во времена крестовых походов), известный под прозвищем Фибоначчи, много путешествовал со своим отцом по торговым делам в Алжире. Именно там, у арабских учителей, он изучал математику, и именно в арабском переводе он познакомился с трудами индийских математиков, в частности с той самой числовой последовательностью, которую мы теперь называем последовательностью Фибоначчи. На основе полученных им знаний он изучил ее и популяризовал. Суть числовой последовательности в том, что при постановке чисел в ряд, каждое последующее число является суммой предыдущих двух чисел, и если представить эту последовательность графически, то мы увидим очень хорошо известную нам схему, который мы привыкли называть Золотым Сечением.

2. Числа Фибоначчи и их свойства

«Сколько пар кроликов в один год от одной пары рождается?»

«Некто поместил пару кроликов в некоем месте, огороженном со всех сторон стеной, чтобы узнать, сколько пар кроликов родится при этом в течение года, если природа кроликов такова, что через месяц пара кроликов производит на свет другую пару, а рождают кролики со второго месяца после своего рождения. Так как первая пара в первом месяце дает потомство, удвой, и, рождает и в следующем месяце, так что во втором месяце оказывается 3 пары; из них в следующем месяце 2 пары будут давать потомство, так что в третьем месяце родятся еще 2 пары кроликов, и число пар кроликов в этом месяце достигнет 5; из них в этом же месяце будут давать потомство 3 пары, и число пар кроликов в четвертом месяце достигнет 8; из них 5 пар произведут другие 5 пар, которые, сложенные с 8 парами, дадут в пятом месяце 13 пар; из них 5 пар, рожденных в этом месяце, не дают в том же месяце потомства, а остальные 8 пар рожают, так что в шестом месяце оказывается 21 пара; сложенные с 13 парами, которые родятся в седьмом месяце, они дают 34 пары; сложенные с 21 парой, рожденной в восьмом месяце, они дают в этом месяце 55 пар; сложенные с 34 парами, рожденными в девятом месяце, они дают 89 пар; сложенные вновь с 55 парами, которые рождаются в десятом месяце, они дают в этом месяце 144 пары; снова сложенные с 89 парами, которые рождаются в одиннадцатом месяце

це, они дают в этом месяце 233 пары; сложенные вновь с 144 парами, рожденными в последнем месяце, они дают 377 пар; столько пар произвела первая пара в данном месте к концу одного года.

Действительно, на этих полях ты можешь увидеть, как мы это делаем; именно, мы складываем первое число со вторым, т. е. 1 и 2; и второе с третьим; и третье с четвертым; и четвертое с пятым; и так одно за другим, пока не сложим десятое с одиннадцатым, т. е. 144 с 233; и мы получим общее число упомянутых кроликов, т. е. 377; и так можно делать по порядку до бесконечного числа месяцев».

Построим алгебраическую модель задачи о кроликах и рассмотрим следующую числовую последовательность: $F_1, F_2, \dots, F_n$, в которой $F_1 = F_2 = 1$, а каждый член последовательности, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих членов, то есть при всяком $n > 2$ выполняется равенство:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad (1)$$

Такие последовательности, в которых каждый член определяется как некоторая функция предыдущих, часто встречаются в математике и называются рекуррентными или, проще говоря, возвратными последовательностями. Сам процесс последовательного определения элементов таких последовательностей называется рекуррентным процессом, а равенство (1) – возвратным (рекуррентным) уравнением.

Возвратная последовательность, задаваемая условием $F_1 = F_2 = 1$ и формулой (1) называется последовательностью Фибоначчи, а её члены – числами Фибоначчи.

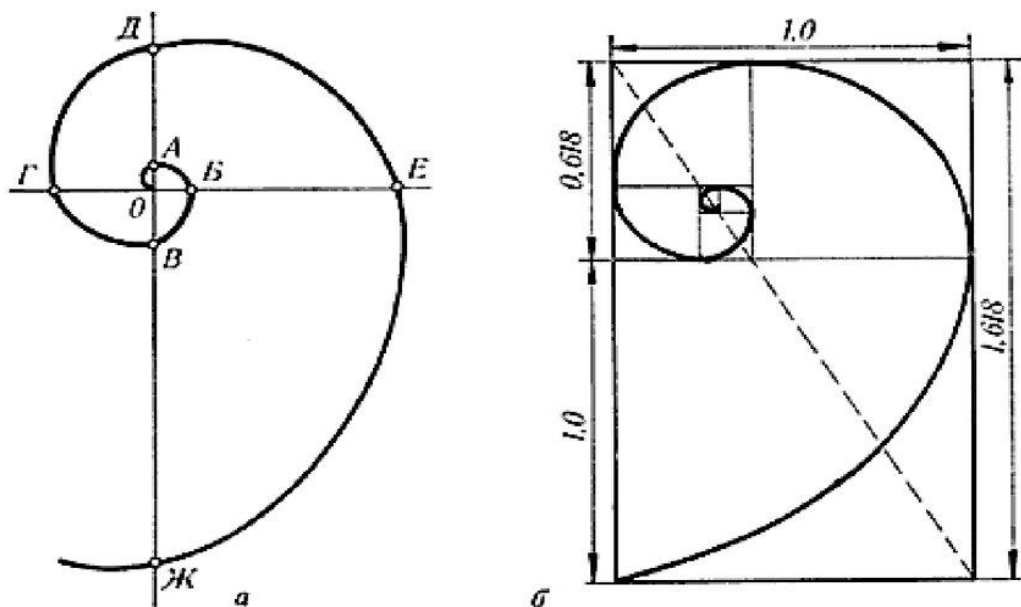
Основные свойства последовательности Фибоначчи:

- Каждое следующее число, начиная с третьего равно сумме двух предыдущих.
- Отношение каждого числа к последующему при увеличении порядкового номера все более и более стремится к 0,618.
- Отношение каждого числа ряда к предыдущему стремится к 1,618.

Если какой-либо член последовательности Фибоначчи разделить на предшествующий, то ему результатом будет величина, равная примерно иррациональному значению 1.61803398875... и через раз то превосходящая, то не достигающая его. Но даже затратив на это Вечность, невозможно узнать соотношение точно, до последней десятичной цифры. Краткости ради, мы будем приводить его в виде 1.618. Лука Пачиоли (средневековый математик) назвал его Божественной пропорцией. Среди его современных названий есть такие, как Золотое сечение, Золотое среднее и отношение вертящихся квадратов. Кеплер назвал это соотношение одним из «сокровищ геометрии». В алгебре общепринято его обозначение греческой буквой фи. Ряд Фибоначчи мог бы остаться только математическим казусом, если бы не то обстоятельство, что все исследователи золотого деления в растительном и в животном мире, не говоря уже об искусстве, неизменно приходили к этому ряду, как арифметическому выражению закона золотого деления.

3. Числа Фибоначчи в природе

Число Фибоначчи часто встречается в природе, примером этому является раковина, закрученная по спирали. Если ее развернуть, то получается длина, немного уступающая длине змеи. Небольшая десятисантиметровая раковина имеет спираль длиной 35 см. Форма спирально завитой раковины привлекла внимание Архимеда. Дело в том, что отношение измерений завитков раковины постоянно и равно 1.618. Архимед изучал спираль раковин и вывел уравнение спирали. Спираль, вычерченная по этому уравнению, называется его именем. Увеличение ее шага всегда равномерно. В настоящее время спираль Архимеда широко применяется в технике.



спираль Архимеда

Ученый Гете отмечал, что в природе все стремится к спирали. Например, листья на дереве расположены спиралевидным образом. Спираль увидели в расположении семян подсолнечника, в шишках сосны, ананасах, кактусах и т.д. Спиралью разбегается в виде спирали, паук плетет паутину в виде спирали, Молекула ДНК закручена двойной спиралью. Гете называл спираль кривой жизни.

Наше чувство прекрасного кажется субъективным. В самом деле, вкусы разнятся, как и характеры. Но есть и нечто общее в восприятии всех людей. Давно, еще до того, как были открыты числа Фибоначчи, художники и архитекторы интуитивно вывели формулу «золотого сечения». Смысл его в том, что любая композиция делится на два отрезка, меньший из которых относится к большему, как тот – к их суммарной длине. Если эта пропорция не соблюдена, то монумент получится невыразительным, а здание уродливым. Интересно, что пропорционально сложенный человек своей фигурой демонстрирует «золотое сечение». То же можно сказать и о каждом красивом лице. Учитывая все это, можно

предположить существование объективной красоты и совершенства. Получается, что пушкинский Сальери, выверяя гармонию алгеброй, поступал, в общем-то, правильно, хотя никакие расчеты не в силах заменить истинной гениальности. Как говорят в таких случаях математики, это необходимое, но не достаточное условие.

III. Практическая часть

Как ранее было упомянуто, все в природе стремится к соотношению 1.618.

Итак, попытаюсь доказать это опытным путем (см. приложение 1). Для этого мне понадобится линейка, калькулятор и выращенный мной овес. По теории, соотношение листа к предыдущему должно быть приближенным к Золотому среднему. Длина первого измеренного мною листа равна 29 см, в то время как длина предыдущего - 18 см. При отношении этих чисел соответственно получается примерно 1.61, что является доказательством теории числа Фи, но это еще не последний опыт, т.к. приготовлено у меня было еще 7 стаканчиков, засаженных овсом. Далее у меня получались соотношения, которые не всегда так точно подтверждали теорию "отношения вертящихся квадратов".

1. 29/18 (1,61)
2. 33,2/20,3 (1,63)
3. 40,5/25,6 (1,58)
4. 39/24,1 (1,62)
5. 32,1/22 (1,45)
6. 41/27,3 (1,50)
7. 35,9/21,6 (1,66)

Для эксперимента использовались только два самых развитых листа у каждого растения, а именно два нижних.

Т.к. я посчитала, что обозначенных выше расчетов будет мало для подтверждения теории числа Фи, я попробовала указать количество листов у каждого растения, и вот, что у меня вышло: 2, 3, 3, 4, 5, 8. Почти все числа соответствуют ряду Фибоначчи, что приятно удивило меня.

Также, закономерность можно пронаблюдать в количестве корней у моих ростков. Когда они прорастали, я считала количество корней у овса, и почти со стопроцентной вероятностью число корней совпадало с числами из ряда Фибоначчи. Вышло то, что по мере роста, количество корней увеличивалось в таком порядке: 1; 2; 3; 5. И это наблюдение также подтверждает мою гипотезу.

Заключение

Мир, в котором мы живем – мир симметрии. Живая и неживая природа находится в гармонии «Золотого сечения». Основываясь на исследованиях, которые я провела, можно сделать вывод: во всех явлениях природы можно пронаблюдать закономерность, базируемую на числах Фибоначчи.

Моя гипотеза что, если математика, как нас учили еще с начальных классов, действительно вокруг нас, то значит ли это, что в природе можно все просчитать и что все вокруг подчиняется определенным числам, которые именуют как «числа Фибоначчи» подтвердилась.

Подводя итоги, хотелось бы отметить, что я многому научилась, познакомилась с интересными фактами и убедилась в справедливости последовательности Фибоначчи.

Список литературы:

1. Воробьев Н. Н. Числа Фибоначчи. — М.: Наука, 1978.-144 с
2. Васютинский Н. Золотая пропорция. - М.: Молодая гвардия, 1990, — 238[2] с.
3. Лаврус В. Золотое сечение.-Электронная библиотека «Наука и техника»
4. Учебник трейдера. Числа Фибоначчи
5. Научно-популярный энциклопедический портал wikihow.com -
6. Научно-популярный интернет-портал знаний genon.ru -

Приложение

