

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» В Г. ГОРЛОВКА

Методическая разработка
открытого занятия
по учебной дисциплине ОДП.01 Математика
по теме «Свойства логарифмов. Операция логарифмирования»
для специальности 23.02.07 Техническое обслуживание и ремонт двигателей,
систем и агрегатов автомобилей

2025 г.

Методическая разработка открытого занятия по теме «Свойства логарифмов. Операция логарифмирования»

Подготовила: Брагина Елена Александровна, преподаватель отделения СПО «Автотранспортный колледж» АДИ ДонНТУ, "специалист высшей категории"

Методическая разработка на основании опыта работы показывает методику проведения лекционного занятия с использованием традиционных форм и методов обучения в сочетании с элементами инновационных форм и методов обучения

Для преподавателей учебной дисциплины ОДП.01 Математика

Рецензенты:

1. Баркова И.С., преподаватель отделения СПО «Автотранспортный колледж» АДИ ДонНТУ, "специалист высшей категории"
2. Мудрецкая Е.В., преподаватель ГПОУ "Горловский колледж промышленных технологий и экономики", "специалист высшей категории"

Рассмотрено и одобрено на заседании
цикловой комиссии "Математические и общетехнические дисциплины"
Протокол №9 от 16 апреля 2025 года
Председатель комиссии _____ Е.А. Брагина

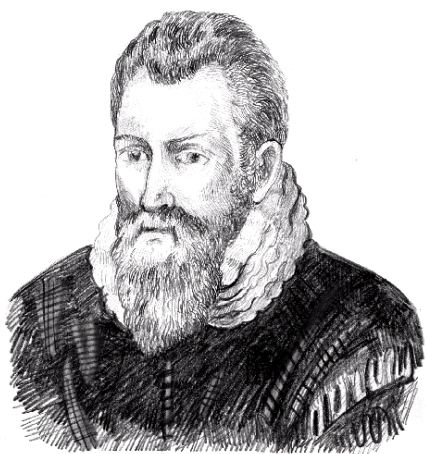
Содержание

Содержание	3
Введение	4
1. План занятия	5
2. Технологическая карта занятия	7
3. Содержание и ход занятия	11
Заключение	18
Литература	19
Приложения (по организации и реализации отдельных этапов занятия)	20
Приложение А	20
Приложение Б	21
Приложение В	22
Приложение Д	23
Приложение Е	25
Приложение Ж	26
Приложение З	27
Приложение И	29
Приложение К	30
Приложение Л	31

Введение

На протяжении 16 века быстро возрастало количество приближенных вычислений, прежде всего, в астрономии. Совершенствование инструментов, исследование планетных движений и другие работы потребовали колоссальных, иногда многолетних, расчетов. Астрономам грозила реальная опасность утонуть в невыполненных расчетах.

Логарифмы были изобретены шотландским математиком **Джоном Непером (1550–1617)** в 1614 г. Его «Канон о логарифмах» начинался так: «Осознав, что в математике нет ничего более, скучного и утомительного, чем



умножение, деление, извлечение квадратных и кубических корней, и что названные операции являются бесполезной тратой времени и неиссякаемым источником неуловимых ошибок, я решил найти простое и надежное средство, чтобы избавиться от них».

С точки зрения вычислительной практики, изобретение логарифмов можно смело поставить рядом с другим важным изобретением – изобретением нашей десятичной системы нумерации.

Лекционное занятие по теме «Свойства логарифмов. Операция логарифмирования» дает возможность показать последовательность изучения понятия логарифма и получения знаний, умений и навыков логарифмирования.

Занятие организовано и проведено с использованием традиционных форм и методов обучения в сочетании с инновационными.

Данное занятие построено с учетом взаимосвязи и последовательности структурных этапов занятия по принципу «от простого к сложному», который дает возможность сократить разрыв в уровне знаний «сильных» и «слабых» обучающихся, повысить уровень знаний «слабых».

Использование разнообразных заданий и эвристических вопросов способствует формированию стойких знаний, умений и навыков по теме «Свойства логарифмов. Операция логарифмирования», обеспечивает подготовку обучающихся к сложным мыслительным процессам.

Используя методические принципы для развития профессионально-личностных качеств обучающихся, традиционные и инновационные педагогические технологии, я старалась сделать занятие интересным, динамичным и результативным.

1. План занятия

Дисциплина:	ОДП.01 Математика
Группа:	ТМ-24
Количество студентов:	26
Дата:	22.04.25
Преподаватель:	Брагина Елена Александровна
Тема занятия:	Свойства логарифмов. Операция логарифмирования
Продолжительность занятия:	90 минут
Вид занятия:	лекционное
Тип занятия:	комбинированное
Формы и методы проведения занятия:	разнообразные традиционные и нетрадиционные словесные, наглядные и практические методы и формы
Методическая цель:	совершенствовать методику проведения лекционных занятий с использованием разнообразных традиционных и инновационных форм и методов
Дидактическая цель:	формировать навыки решения типичных и нестандартных задач с применением традиционных и инновационных форм и методов
Воспитательная цель:	воспитывать чувство ответственности за порученное дело, исполнительности и самостоятельности, аккуратности и добросовестности
Материально-техническое обеспечение:	калькуляторы (по необходимости)
Межпредметные связи:	
дисциплины, которые обеспечивают:	ОДП.01 Математика
дисциплины, которые обеспечиваются:	ОДП.02 Физика, ОДБ.12 Биология, ОДБ.09 Химия, ЕН.01 Математика, ОП.03 Электротехника и электроника

Литература

основная:

Алимов Ш.А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб. для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровень / Ш.А.Алимов, Ю.М. Колягин и др. – М.: Просвещение, 2016.

дополнительная:

Математика: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И.Башмаков. - 8-е изд., стер. - М.: Издательский центр «Академия», 2021. - 256 с.

2. Технологическая карта занятия

№ п/п	Этапы занятия	Деятельность преподавателя	Деятельность обучающихся	Организа- ционные формы работы	Методы работы
1	2	3	4	5	6
1	Организационная часть занятия	Совершает групповой звонок в Skype, приветствует обучающихся, отмечает отсутствующих, проверяет готовность обучающихся к проведению занятия	Регистрируют- ся в чате Skype, сообщают о готовности к занятию	Фронтальная	Словесные (беседа)
2	Первоначальная мотивация учебной деятельности	Включает демонстрацию компьютерной презентации на экране, проводит мозговой штурм в виде игры в дартс и создаёт условия для формирования внутренней потребности во включении в учебную деятельность, сообщает тему, цели и задания занятия, знакомит обучающихся с этапами занятия и критериями оценивания работы обучающихся на занятии	Слушают, отвечают на вопросы	Фронтальная и индивидуаль- ная	Словесные (рассказ с элементами эвристической беседы), наглядные (метод иллюстрации и демонстрации)
3	Проверка практической	Словесное сообщение	Слушают, отвечают на	Фронтальная	Словесные (рассказ),

	части домашнего задания		вопросы		наглядные (метод демонстрации)
4	Проведение обобщения, систематизации и контроля теоретических и практических знаний, умений и навыков обучающихся по теме «Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e »	Устный и письменный, фронтальный и индивидуальный опрос с элементами эвристической беседы	Отвечают на вопросы, выполняют задания	Фронтальная и индивидуальная	Словесные (устный фронтальный опрос с элементами эвристической беседы), практические (письменный индивидуальный и фронтальный опрос), наглядные (метод демонстрации)
5	Проведение обобщения, систематизации и контроля теоретических и практических знаний, умений и навыков обучающихся по теме «Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e »	Устный и письменный, фронтальный и индивидуальный опрос с элементами эвристической беседы	Исправляют ошибки в заданиях по логарифмированию	Фронтальная и индивидуальная	Практические (письменный индивидуальный и фронтальный опрос), наглядные (метод демонстрации)
6	Проведение контроля теоретических и практических знаний, умений и навыков обучающихся по теме «Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e »	Контроль выполнения онлайн теста	Выполняют онлайн тест	Индивидуальная	Практические (письменный индивидуальный и фронтальный опрос)

7	Подведение итогов проведения обобщения, систематизации и контроля знаний, умений и навыков студентов по теме «Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e»	Словесное сообщение итогов, комментарии результатов работы обучающихся	Слушают	Фронтальная	Словесные (рассказ)
8	Изучение нового материала по теме «Свойства логарифмов. Операция логарифмирования»	Постановка преподавателем общей проблемы и её обсуждение с обучающимися	Слушают	Фронтальная	Словесные (рассказ с элементами эвристической беседы)
9	Изучение нового материала по теме «Свойства логарифмов. Операция логарифмирования»	Рассказ с элементами эвристической беседы и блочного закрепления	Слушают, решают и записывают в конспект	Фронтальная и индивидуальная	Словесные (рассказ с элементами эвристической беседы), практические (письменный индивидуальный и фронтальный опрос), наглядные (метод демонстрации)
10	Изучение нового материала по теме «Свойства логарифмов. Операция логарифмирования»	Словесное сообщение итогов изучения нового материала по теме «Свойства логарифмов. Операция логарифмирования», комментарии результатов работы обучающихся	Решают и записывают в конспект	Фронтальная	Практические (письменный индивидуальный и фронтальный опрос), наглядные (метод демонстрации)

11	Первоначальное закрепление знаний, умений и навыков по теме «Свойства логарифмов. Операция Логарифмирования»	Выдача заданий и контроль их выполнения	Решают и записывают в конспект	Фронтальная	Практические (письменный индивидуальный и фронтальный опрос), наглядные (метод демонстрации)
12	Подведение итогов изучения нового материала по теме «Свойства логарифмов. Операция логарифмирования»	Словесное сообщение итогов, комментарии результатов работы обучающихся	Слушают	Фронтальная	Словесные (рассказ)
13	Подведение итогов занятия	Словесное сообщение	Слушают	Фронтальная	Словесные (рассказ)
14	Рефлексия	Словесное сообщение	Слушают	Фронтальная	Словесные (рассказ)
15	Подведение итогов работы обучающихся на занятии	Комментирует работу обучающихся, выставляет оценки	Слушают	Фронтальная	Словесные (рассказ)
16	Сообщение домашнего задания	Сообщает домашнее задание	Слушают, записывают домашнее задание	Фронтальная	Словесные (рассказ)

3. Содержание и ход занятия

3.1. Организационная часть.

Обучающиеся заходят в skype-чат «Группа ТМ-24» и регистрируются с записью в чате «Ф.И.О. готов к занятию»

Педагог совершает групповой звонок в skype-чате «Группа ТМ-24»

3.1.1. Приветствие обучающихся:

Педагог: добрый день, уважаемые студенты. Я рада вас видеть на занятии в дистанционном формате.

3.1.2. Отметка отсутствующих по данным регистрации обучающихся в чате.

Педагог: все присутствующие отметились в чате, на рабочих местах у вас должны быть ручки и конспекты по математике. Теперь я вижу, что вы готовы к занятию.

3.1.3. Организация внимания и внутренней готовности, психоэмоциональный настрой обучающихся.

Педагог: я рассчитываю на нашу совместную активную и продуктивную работу на занятии в дистанционном формате.

3.2. Мотивация учебной деятельности.

3.2.1. Мозговой штурм. Показательный дартс.

Педагог: а сейчас я предлагаю вам сыграть в дартс (Приложение А) и ответить на мои вопросы:

Вопрос 1: Чему равно значение переменной x , если $2^x = 32$?

Вопрос 2: Чему равно значение переменной x , если $(\frac{1}{5})^x = 9$?

Вопрос 3: Чему равно значение переменной x , если $3^x = \sqrt{3}$?

Вопрос 4: Чему равно значение переменной x , если $125^x = 1$?

3.2.2. Сообщение темы, целей, заданий занятия.

Педагог: отвечая на мои вопросы, вы находили значение показателя степени по её основанию и результату, т.е. вы находили логарифм. Сегодня мы продолжим изучение логарифма и познакомимся с его свойствами, благодаря которым преобразования логарифмических выражений и логарифмирование будут рациональными и красивыми. Итак, тема сегодняшнего занятия - «Свойства логарифмов. Операция логарифмирования». Для достижения целей и задач занятия мы будем работать по этапам:

1) Организационная часть.

2) Мотивация занятия. Показательный дартс. Рассказ преподавателя с элементами эвристической беседы.

3) Проверка выполнения практической части домашнего задания. Устный фронтальный и индивидуальный опрос.

4) Обобщение и систематизация теоретических и практических знаний, умений и навыков по определению логарифма. Онлайн тестирование. Устный фронтальный и индивидуальный опрос.

5) Изучение нового материала. Свойства логарифма. Рассказ преподавателя с элементами эвристической беседы. Блочное закрепление.

6) Изучение нового материала. Формула перехода к новому основанию. Рассказ преподавателя с элементами эвристической беседы. Блочное закрепление.

7) Первоначальное закрепление нового материала. Фронтальный и индивидуальный устный и письменный опрос.

8) Подведение итогов занятия.

9) Рефлексия.

10) Подведение итогов работы обучающихся.

11) Выдача домашнего задания с комментированием.

3.2.3. Критерии оценивания работы обучающихся на занятии.

Педагог: оценка за вашу работу на занятии будет определена с учётом ваших ответов при обобщении и закреплении материала по теме «Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e », с учётом оценки за тест, который вы пройдёте онлайн и, конечно, вашего участия при изучении нового материала по теме «Свойства логарифмов. Операция логарифмирования». Результаты работы мы увидим в таблице (Приложение В).

3.3. Проверка выполнения домашнего задания.

3.3.1. Педагог: а сейчас мы переходим к проверке домашнего задания по предыдущей теме «Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e ». Напомните, какое домашнее задание вы получили на предыдущем занятии?

Ожидаемый ответ: необходимо было изучить §15, §16, составить конспект по теме «Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e » и выполнить практические задания №271(5,6), №272(2,3), №274(2), №276(3), №281(1) на страницах 92 и 93 из учебника Алгебра 10-11 кл. Базовый уровень / Ш.А. Алимов и др. - М.: Просвещение, 2013. – 271 с. (Приложение А).

3.3.2. Педагог: какие вопросы возникали во время выполнения домашнего задания?

Ожидаемый ответ: вопросов не было.

3.3.3. Педагог: давайте проверим решение домашнего задания, пользуясь Приложением Б.

3.3.4. Подведение итогов проверки практической части домашнего задания.

Педагог: домашнее задание, которое должно было способствовать повторению и закреплению практических умений и навыков выполнения заданий на определение логарифма, выполнено. Проверка домашнего задания показала, что мы можем продолжить изучение логарифмов и их свойств.

3.4. Обобщение и систематизация теоретических и практических знаний, умений и навыков по определению логарифма. Онлайн тестирование. Устный фронтальный и индивидуальный опрос.

3.4.1. Педагог: давайте определим уровень знаний, умений и навыков по предыдущей теме «Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e ». Для этого вам нужно ответить на вопросы и выполнить стандартные задания (Приложение Д):

Вопрос 1. Что является логарифмом в равенстве $a^x = b$?

Вопрос 2. Если я нахожу логарифм числа, то я ...

Вопрос 3. Запишите логарифм числа b по основанию a .

Вопрос 4. Какой буквой в записи логарифма обозначается основание? Каким оно должно быть?

Вопрос 5. Какой буквой в записи логарифма обозначается число? Каким оно должно быть?

Задание 6. Найдите и сделайте проверку:

$$\log_2 64 =$$

$$\log_2 \frac{1}{4} =$$

$$\log_2 \sqrt{2} =$$

$$\log_2 \sqrt[3]{4} =$$

$$\log_2 \frac{1}{\sqrt[4]{2}} =$$

Вопрос 7. При помощи какого верного равенства (тождества) можно записать определение логарифма? Как оно называется?

Задание 8. Найдите:

$$3^{\log_3 5} =$$

$$\frac{1}{3}^{\log_{\frac{1}{3}} 2} =$$

Вопрос 9. Как называется логарифм, в основании которого находится число 10? Запишите его при помощи математических символов.

Вопрос 10. Как называется логарифм, в основании которого находится число $e \approx 2,71$? Запишите его при помощи математических символов.

Вопрос 11. Найдите:

$$\lg 100 =$$

$$\lg 0,1 =$$

$$\lg \sqrt[4]{10} =$$

$$\ln e^4 =$$

$$\ln \frac{1}{e} =$$

3.4.2. Педагог: а теперь проверим глубину ваших знаний и внимательность, и найдём ошибки, допущенные при логарифмировании (исправить нужно только одну ошибку в каждом примере) (Приложение Е):

$$\log_2 0 = 1$$

$$\log_3 6 = 2$$

$$\log_3 3^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$$

$$\lg e^4 = 4$$

$$\lg e = 1$$

$$2^{\log_3 5} = 5.$$

3.4.3. Педагог: окончательный результат уровня ваших знаний по теме «Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e » покажет онлайн тест (Приложение Ж), который вы должны пройти, пользуясь ссылкой:

<https://onlinetestpad.com/ru/testview/902604-logarifm-osnovnoe-logarifmicheskoe-tozhdestvo>

3.4.4. Подведение итогов обобщения и систематизации теоретических и практических знаний, умений и навыков. Комментарии и внесение результатов в таблицу (Приложение В).

3.5. Изучение нового материала. Свойства логарифмов. Рассказ преподавателя с элементами эвристической беседы. Блочное закрепление.

3.5.1. Свойства логарифмов.

3.5.1.1. Постановка преподавателем общей проблемы и обсуждение ее со студентами. Рассказ преподавателя и блочное закрепление (Приложение З).

Педагог: операции, которые человек или устройство может выполнить с логарифмами, сильно ограничены. Если их запомнить, то можно выполнять логарифмические задания очень быстро. При этом надо помнить основное логарифмическое тождество и ограничения, которые действуют на логарифмы. Так, их основание и аргумент должны быть больше нуля и основание не может быть единицей.

Теперь, вспомнив упомянутые ограничения, можно рассмотреть основные логарифмические свойства. Они будут работать в обе стороны и сделают логарифмирование красивым и рациональным.

Давайте рассмотрим и докажем основные свойства логарифмов с учётом ограничений ($a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$, r – любое действительное число, p -

любое действительное число, кроме нуля):

1. Логарифм произведения чисел – это сумма их логарифмов:

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c.$$

Доказательство.

По основному логарифмическому тождеству $a^{\log_a b} = b$, $a^{\log_a c} = c$. А теперь перемножим эти равенства $a^{\log_a b} a^{\log_a c} = bc$ и получим $a^{\log_a b + \log_a c} = bc$, откуда по определению логарифма $\log_a b + \log_a c = \log_a(bc)$ Свойство 1 доказано.

2. Логарифм любой дроби – это разность log числителя и знаменателя:

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c.$$

Данное свойство доказывается аналогично, если разделить почленно равенства $a^{\log_a b} = b$, $a^{\log_a c} = c$.

3. Если аргумент возведен в степень, то его можно удобно выносить перед log:

$$\log_a b^r = r \log_a b.$$

Доказательство.

Докажем только первое равенство. Возьмём основное логарифмическое тождество $a^{\log_a b} = b$ и возведём его в степень r , получим $a^{r \log_a b} = b^r$, откуда по определению логарифма следует первое равенство.

Следует также запомнить два равенства, которые выполняются на основании определения логарифма:

1. Логарифм единицы по любому основанию – это ноль:

$$\log_a 1 = 0.$$

2. Если у логарифма аргумент и основание совпадают, он будет равен единице:

$$\log_a a = 1.$$

Педагог: для осмысления основных свойств логарифма рассмотрим примеры логарифмирования.

№290(1).

Вычислить $\log_{10} 5 + \log_{10} 2 = (\text{свойство (1)}) = \log_{10}(5 \cdot 2) = \log_{10} 10 = (\text{в какую степень нужно возвести число 10, чтобы получить 10}) = 1$.

№291(2).

Вычислить $\log_5 75 - \log_5 3 = (\text{свойство (2)}) = \log_5(75 : 3) = \log_5 25 = (\text{в какую степень нужно возвести число 5, чтобы получить 25}) = 3$.

№275(1).

Вычислить $3^{5 \log_3 2} = (\text{при помощи свойства (3) приведём данное выражение к виду левой части основного логарифмического тождества}) = 3^{\log_3 2^5} = (\text{по основному логарифмическому тождеству } a^{\log_a b} = b) = 2^5 = 32$.

3.5.2. Формула перехода к новому основанию.

3.5.2.1. Постановка преподавателем общей проблемы и её обсуждение со студентами. Рассказ преподавателя и блочное закрепление (Приложение 3).

Педагог: очень важной для логарифмирования является формула перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \text{ где } a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, c \neq 1.$$

Доказательство.

Запишем основное логарифмическое тождество $a^{\log_a b} = b$. Возьмём от обеих его частей логарифм по основанию c и получим равенство $\log_c a^{\log_a b} = \log_c b$, из которого по свойству логарифма степени получим $\log_a b \log_c a = \log_c b$, а затем $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Благодаря формуле перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию мы можем расширить свойство логарифма степени и мы получим такие равенства: $\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \log_a b$, $\log_{a^p} b^r = \frac{r}{p} \log_a b$ ($a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, r$ – любое действительное число, p – любое действительное число, кроме нуля).

Также следует отметить, что благодаря формуле перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию мы можем логарифмировать, зная значения только десятичных или только натуральных логарифмов.

Педагог: а теперь рассмотрим применение формулы перехода к другому основанию на конкретных примерах.

№294(1).

Вычислить $\frac{\log_3 8}{\log_3 16}$ (мы имеем правую часть формулы $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, запишем левую) = $\log_{16} 8$ (а теперь ещё раз применим эту формулу и перейдём к логарифму по основанию 2) = $\frac{\log_2 8}{\log_2 16} = \frac{3}{4}$.

3.6. Первоначальное закрепление материала. Фронтальный и индивидуальный устный и письменный опрос.

Педагог: первоначальное закрепление изученного материала покажет реальный уровень его усвоения. Я предлагаю вам решить №296(1) (Приложение И).

3.7. Подведение итогов изучения нового материала. Комментарии и внесение результатов в таблицу (Приложение В).

3.8. Подведение итогов занятия.

3.9. Рефлексия.

3.10 Подведение итогов работы обучающихся. Комментарии и выставление оценок (Приложение В).

3.11. Выдача и комментарии домашнего задания. Рассказ преподавателя (Приложение К).

3.11.1. Педагог: дома вам необходимо повторить §15, §17, изучить §16, составить конспект, выполняя все требования, решить №293(2,3,4), №294(3,4).

Заключение

Цель, этапы и задания лекционного занятия по теме «Свойства логарифмов. Операция логарифмирования» выполнены полностью, благодаря использованию традиционных форм и методов обучения в сочетании с элементами инновационных форм и методов обучения.

Сочетание традиционных педагогических технологий с элементами инновационных форм и методов обучения является эффективным и продуктивным, так как сохраняются ценные элементы традиционных технологий обучения, происходит преобразование инновации в традицию, а из традиции рождается новая инновация.

Решение заданий по теме «Свойства логарифмов. Операция логарифмирования» происходило по принципу «от простого к сложному», предложенные задания позволили обобщить, систематизировать и закрепить знания, умения и навыки по определению логарифма, а изучение свойств логарифма сделало логарифмирование красивым и рациональным.

Литература

- основная: Алимов Ш.А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб. для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровень / Ш.А.Алимов, Ю.М. Колягин и др. – М.: Просвещение, 2016.
- дополнительная: Математика: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И.Башмаков. - 8-е изд., стер. - М.: Издательский центр «Академия», 2021. - 256 с.

Показательный дартс



Чему равно значение переменной x , если:

$$2^x = 32.$$

Ожидаемый ответ: $x = 5$.

$$\left(\frac{1}{9}\right)^x = 9.$$

Ожидаемый ответ: $x = -1$.

$$3^x = \sqrt{3}.$$

Ожидаемый ответ: $x = \frac{1}{2}$.

$$125^x = 1.$$

Ожидаемый ответ: $x = 0$.

Проверка домашнего задания

№271 (5,6).

$\log_{0,5} 1 = 0$, потому что $0,5^0 = 1$.

$$\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{2} = \log_{\frac{1}{2}} (2)^{\frac{1}{3}} = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3}.$$

№272(2,3).

$\log_6 216 = 3$, потому что $6^3 = 216$.

$\log_4 \frac{1}{16} = -2$, потому что $4^{-2} = \frac{1}{16}$.

№274(2).

$$5^{\log_5 16} = 16.$$

№276(3).

$$16^{\log_4 7} = (4^2)^{\log_4 7} = (4^{\log_4 7})^2 = 7^2 = 49.$$

№281(1).

$\log_2 \log_3 81 = \log_2 4 = 2$, потому что $3^4 = 81$ и $2^2 = 4$.

Таблица результатов

№ п/п	ФИО	Обобщение	Тест	Изучение	Общая оценка
1	Гнижитский Р.Н.				
2	Дышлюк А.К.				
3	Ефремов Я.А.				
4	Злобенко Н.Д.				
5	Зюзькин Н.А.				
6	Иванченко С.Д.				
7	Клименко Я.И.				
8	Князев С.С.				
9	Костиков И.А.				
10	Крахмалёв Е.А.				
11	Куликов К.Е.				
12	Лозовской Д.О.				
13	Лукин В.С.				
14	Маленьких А.Е.				
15	Мисько Н.С.				
16	Молчанов Р.Е.				
17	Никитин Б.И.				
18	Новиков И.Р.				
19	Ожгихин И.С.				
20	Романов Е.А.				
21	Румынский М.Д.				
22	Рыжклв С.А.				
23	Скрыпник Р.Н.				
24	Хаджава М.А.				
25	Хуснутдинов Р.М.				
26	Шуклин Д.А				

**Обобщение и систематизация теоретических и практических знаний,
умений и навыков по определению логарифма.**

Вопрос 1. Что является логарифмом в равенстве $a^x = b$?

Ожидаемый ответ: x .

Вопрос 2. Если я нахожу логарифм числа, то я ...

Ожидаемый ответ: логарифмирую.

Вопрос 3. Запишите логарифм числа b по основанию a .

Ожидаемый ответ: $\log_a b$.

Вопрос 4. Какой буквой в записи логарифма обозначается основание? Каким оно должно быть?

Ожидаемый ответ: основание обозначается буквой a , a должно быть больше нуля и не должно равняться единице.

Вопрос 5. Какой буквой в записи логарифма обозначается число? Каким оно должно быть?

Ожидаемый ответ: число обозначается буквой b , b должно быть больше нуля.

Задание 6. Найдите и сделайте проверку:

$$\log_2 64 =$$

$$\log_2 \frac{1}{4} =$$

$$\log_2 \sqrt{2} =$$

$$\log_2 \sqrt[3]{4} =$$

$$\log_2 \frac{1}{\sqrt[4]{2}} =$$

Ожидаемый ответ.

$$\log_2 64 = 6, \text{ потому что } 2^6 = 64$$

$$\log_2 \frac{1}{4} = -2, \text{ потому что } 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$\log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}, \text{ потому что } 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

$$\log_2 \sqrt[3]{4} = \frac{2}{3}, \text{ потому что } 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$$

$$\log_2 \frac{1}{\sqrt[4]{2}} = -\frac{1}{4}, \text{ потому что } 2^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$$

Вопрос 7. При помощи какого верного равенства (тождества) можно записать определение логарифма? Как оно называется?

Ожидаемый ответ. Это основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a b} = b$

Задание 8. Найдите:

$$3^{\log_3 5} =$$

$$\frac{1}{3}^{\log_{\frac{1}{3}} 2} =$$

Ожидаемый ответ.

$$3^{\log_3 5} = 5$$

$$\frac{1}{3}^{\log_{\frac{1}{3}} 2} = 2$$

Вопрос 9. Как называется логарифм, в основании которого находится число 10? Запишите его при помощи математических символов.

Ожидаемый ответ. Это десятичный логарифм: $\lg b$

Вопрос 10. Как называется логарифм, в основании которого находится число $e \approx 2,71$? Запишите его при помощи математических символов.

Ожидаемый ответ. Это натуральный логарифм: $\ln b$

Вопрос 11. Найдите:

$$\lg 100 =$$

$$\lg 0,1 =$$

$$\lg \sqrt[4]{10} =$$

$$\ln e^4 =$$

$$\ln \frac{1}{e} =$$

Ожидаемый ответ.

$$\lg 100 = 2$$

$$\lg 0,1 = -1$$

$$\lg \sqrt[4]{10} = \frac{1}{4}$$

$$\ln e^4 = 4$$

$$\ln \frac{1}{e} = -1$$

Исправь ошибку!

$$\log_2 0 = 1$$

Ожидаемый ответ: $\log_2 2 = 1$

$$\log_3 6 = 2$$

Ожидаемый ответ: $\log_3 9 = 2$

$$\log_3 3^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$$

Ожидаемый ответ: $\log_3 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

$$\lg e^4 = 4$$

Ожидаемый ответ: $\ln e^4 = 4$

$$\lg e = 1$$

Ожидаемый ответ: $\lg 10 = 1$

$$2^{\log_3 5} = 5$$

Ожидаемый ответ: $2^{\log_2 5} = 5$

Онлайн тест

<https://onlinetestpad.com/ru/testview/902604-logarifm-osnovnoe-logarifmicheskoe-tozhdestvo>

8

Вычислить $\frac{1}{2} \lg_{10} 36$

✓ Правильный ответ на вопрос Баллов: 1 из 1

Комментарий: Использовать основное логарифмическое тождество

Сообщить об ошибке (0)

9

$2^{\frac{1}{2}}$

☐ 9

☐ 27

☒ 0.5

✓ Правильный ответ на вопрос Баллов: 1 из 1

Комментарий: $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \approx 1.414$

Сообщить об ошибке (0)

10

Вычислить $\frac{1}{4} \lg_{10} 16$

✓ Правильный ответ на вопрос Баллов: 1 из 1

Комментарий: Использовать основное логарифмическое тождество

5

Вычислить $\lg_{11} 121$

✓ Правильный ответ на вопрос Баллов: 1 из 1

Комментарий: $11^2 = 121$

Сообщить об ошибке (0)

6

1236^{10}

☐ 1236

☐ 0

☒ 1

✓ Правильный ответ на вопрос Баллов: 1 из 1

Комментарий: Любое число в нулевой степени равно единице

Сообщить об ошибке (0)

7

18^{10}

☐ 0

☐ 1

☒ 10

✓ Правильный ответ на вопрос Баллов: 1 из 1

Комментарий: Любое число в первой степени есть само число

1

Вычислить $\lg_8 8$

✓ Правильный ответ на вопрос Баллов: 1 из 1

Комментарий: $8^1 = 8$

Сообщить об ошибке (0)

2

Вычислить $\lg_2 2401$

✓ Правильный ответ на вопрос Баллов: 1 из 1

Комментарий: $2^4 = 16$

Сообщить об ошибке (0)

3

Вычислить $\lg_6 216$

✓ Правильный ответ на вопрос Баллов: 1 из 1

Комментарий: $6^3 = 216$

Сообщить об ошибке (0)

4

Вычислить $\lg_{15} 1$

✓ Правильный ответ на вопрос Баллов: 1 из 1

Изучение и блочное закрепление материала по теме «Свойства логарифмов. Операция логарифмирования»

Операции, которые человек или устройство может выполнить с логарифмами, сильно ограничены. Если их запомнить, то можно выполнять логарифмические задания очень быстро. При этом надо помнить основное логарифмическое тождество и ограничения, которые действуют на логарифмы. Так, их основание и аргумент должны быть больше нуля и основание не может быть единицей.

Теперь, вспомнив упомянутые ограничения, можно рассмотреть основные логарифмические свойства. Они будут работать в обе стороны и сделают логарифмирование красивым и рациональным.

Давайте рассмотрим и докажем основные свойства логарифмов с учётом ограничений ($a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$, r – любое действительное число, p – любое действительное число, кроме нуля):

1. Логарифм произведения чисел – это сумма их логарифмов:

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c.$$

Доказательство.

По основному логарифмическому тождеству $a^{\log_a b} = b$, $a^{\log_a c} = c$. А теперь перемножим эти равенства $a^{\log_a b} a^{\log_a c} = bc$ и получим $a^{\log_a b + \log_a c} = bc$, откуда по определению логарифма $\log_a b + \log_a c = \log_a(bc)$ Свойство 1 доказано.

2. Логарифм любой дроби – это разность log числителя и знаменателя:

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c.$$

Данное свойство доказывается аналогично, если разделить почленно равенства $a^{\log_a b} = b$, $a^{\log_a c} = c$.

3. Если аргумент возведен в степень, то его можно удобно выносить перед log:

$$\log_a b^r = r \log_a b.$$

Доказательство.

Докажем только первое равенство. Возьмём основное логарифмическое тождество $a^{\log_a b} = b$ и возведём его в степень r , получаем $a^{r \log_a b} = b^r$, откуда по определению логарифма следует первое равенство.

Следует также запомнить два равенства, которые выполняются на основании определения логарифма:

1. Логарифм единицы по любому основанию – это ноль:

$$\log_a 1 = 0.$$

2. Если у логарифма аргумент и основание совпадают, он будет равен единице:

$$\log_a a = 1.$$

Для осмысления основных свойств логарифма рассмотрим примеры

логарифмирования.

№290(1).

Вычислить $\log_{10} 5 + \log_{10} 2 = (\text{свойство (1)}) = \log_{10}(5 \cdot 2) = \log_{10} 10 =$ (в какую степень нужно возвести число 10, чтобы получить 10) $= 1$.

№291(2).

Вычислить $\log_5 75 - \log_5 3 = (\text{свойство (2)}) = \log_5(75:3) = \log_5 25 =$ (в какую степень нужно возвести число 5, чтобы получить 25) $= 3$.

№275(1).

Вычислить $3^{5 \log_3 2} =$ (при помощи свойства (3) приведём данное выражение к виду левой части основного логарифмического тождества) $= 3^{\log_3 2^5} =$ (по основному логарифмическому тождеству $a^{\log_a b} = b$) $= 2^5 = 32$.

Очень важной для логарифмирования является формула перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \text{ где } a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, c \neq 1.$$

Доказательство.

Запишем основное логарифмическое тождество $a^{\log_a b} = b$. Возьмём от обеих его частей логарифм по основанию c и получим равенство $\log_c a^{\log_a b} = \log_c b$, из которого по свойству логарифма степени получим $\log_a b \log_c a = \log_c b$, а затем $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Благодаря формуле перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию мы можем расширить свойство логарифма степени и мы получим такие равенства: $\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \log_a b$, $\log_{a^p} b^r = \frac{r}{p} \log_a b$ ($a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, r$ – любое действительное число, p – любое действительное число, кроме нуля).

Также следует отметить, что благодаря формуле перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию мы можем логарифмировать, зная значения только десятичных или только натуральных логарифмов.

А теперь рассмотрим применение формулы перехода к другому основанию на конкретных примерах.

№294(1).

Вычислить $\frac{\log_2 8}{\log_2 16} =$ (мы имеем правую часть формулы $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, запишем левую) $= \log_{16} 8 =$ (а теперь ещё раз применим эту формулу и перейдём к логарифму по основанию 2) $= \frac{\log_2 8}{\log_2 16} = \frac{3}{4}$.

Первоначальное закрепление

№296(1).

Вычислите $\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72} =$ (воспользуемся 3 свойством) $= \frac{\log_2 24 - \log_2 72^{\frac{1}{2}}}{\log_3 18 - \log_3 72^{\frac{1}{3}}} =$ (теперь воспользуемся 2 свойством) $= \frac{\log_2 \frac{24}{\sqrt{72}}}{\log_3 \frac{18}{\sqrt[3]{72}}} =$ (приведём числа под знаком логарифма к степени с основанием 2 в числителе и с основанием 3 в знаменателе при помощи определения степени с рациональным показателем $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ и свойств степени и корня) $= \frac{\log_2 \frac{24}{\sqrt{72}}}{\log_3 \frac{18}{\sqrt[3]{72}}} = \frac{\log_2 \frac{24}{\sqrt{36 \cdot 2}}}{\log_3 \frac{18}{\sqrt[3]{8 \cdot 9}}} = \frac{\log_2 \frac{24}{6 \cdot \sqrt{2}}}{\log_3 \frac{18}{2 \cdot \sqrt[3]{9}}} = \frac{\log_2 \frac{4}{\sqrt{2}}}{\log_3 \frac{9}{\sqrt[3]{9}}} =$

$$\frac{\log_2 (2 \cdot \sqrt{2})}{\log_3 (9 : 9^{\frac{1}{3}})} = \frac{\log_2 2^{1+\frac{1}{2}}}{\log_3 9^{1-\frac{1}{3}}} =$$

(а теперь воспользуемся определением логарифма) $= \frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}.$

Рефлексия

сегодня я узнал...
было интересно...
было трудно...
я выполнял задания...
я понял, что...
теперь я могу...
я почувствовал, что...
я приобрел...
я научился...
у меня получилось ...
я смог...
я попробую...
меня удивило...
мне захотелось...

Домашняя работа

Повторить §15, §17, изучить §16, составить конспект, выполняя все требования, решить №293(2,3,4), №294(3,4).