

**План-конспект практического занятия по теме
«Вычисление пределов функции с использованием первого и
второго замечательных пределов. Исследование функций на
непрерывность. Нахождение производных сложных функций.
Нахождение производных»**

Цели:

Обучающие: научиться применять изученные формулы при выполнении практических заданий; закрепить алгоритм исследования функции на непрерывность.

Воспитательные: воспитать чувство ответственности при выполнении практического задания.

Развивающие: развить внимательность и логическое мышление, развить память (запоминание формул), грамотную речь.

Вид занятия: практическое.

Тип занятия: комбинированное.

Наглядность: раздаточный материал.

Приобретаемые умения и знания:

уметь:

- вычислять пределы функции с использованием первого и второго замечательных пределов;
- исследовать функцию на непрерывность с помощью производной;
- вычислять производные функций с помощью таблицы производных и формул производных: суммы, произведения и частного.

знать:

- основные способы вычисления пределов функций;
- формулы первого и второго замечательных пределов;
- алгоритм исследования функции на непрерывность с помощью производной;
- таблицы производных и формул производных: суммы, произведения и частного.

Оснащение занятия:

плакаты с изображением математических фигур, модели стереометрических тел, дидактический материал, микроплакаты с математическими формулами.

Структура занятия и режим времени

- | | |
|--|--------|
| 1. Организационный момент | 1 мин |
| 2. Объявление темы, постановка цели, мотивация | 2 мин |
| 3. Актуализация знаний | 10 мин |

- Опрос по теме «Вычисление пределов функции с использованием первого и второго замечательных пределов.»»Нахождение производных»
- | | |
|--|--------|
| 4. Выполнение практического задания | 50 мин |
| 5. Проверка выполненного задания | 5 мин |
| 6. Подведение итогов, домашнее задание | 2 мин |

Критерии оценки занятия:

- | | |
|-------------------------|------|
| 1. Входной контроль | 5 б. |
| 2. Практическое задание | 20 б |
| 25-20 б. – оценка «5» | |
| 15-10 б. – оценка «4» | |
| 10-5 б. – оценка «3» | |
| менее 5б. – оценка «2» | |

Ход занятия:

1. Организационный момент (1 мин).
Принять рапорт дежурного, проверить готовность обучающихся к проведению занятия.

2. Объявление темы, постановка цели, мотивация (2 мин).

Цели сегодняшнего занятия:

- научиться применять изученные формулы при выполнении практических заданий; закрепить алгоритм исследования функции на непрерывность.
- воспитать чувство ответственности при выполнении практического задания .
- развить внимательность и логическое мышление, развить память (запоминание формул), грамотную речь.

Мотивация

Вычисление пределов функции с использованием первого и второго замечательных пределов, исследование функцию на непрерывность с помощью производной,вычислять производные функций с помощью таблицы производных и формул производных.

3. Актуализация знаний (20 мин).

Опрос по теме «Вычисление пределов функции с использованием первого и второго замечательных пределов.»»Нахождение производных»

Для того чтобы приступить к практической работе. Давайте подведем итог изученного нами теоретического материала, а для этого ответьте пожалуйста на такие вопросы:

- 1) Что такое предел функции?

2) Как звучат определения первого и второго замечательных пределов.?

3) Как исследовать функцию на возрастание и убывание?

Молодцы! Вы все отлично справились с этим заданием.

Порядок выполнения работы:

Перед выполнением практического занятия повторите конспект лекций.

Изучите теоретическую часть работы.

Выполнить предложенные задания.

Ответить на контрольные вопросы..

Выполнение практического задания (50 мин).

Теоретическая часть

Число A называют *пределом функции* $f(x)$ при $x \rightarrow x_0$ (и пишут $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$

), если для любого $\varepsilon > 0$ найдется число δ зависящее от ε , такое, что для всех $x \neq x_0$, удовлетворяющих условию $|x - x_0| < \delta$, выполняется неравенство $|f(x) - A| < \varepsilon$.

Теоремы о пределах:

1. $(c = \text{const})$.

2. Если $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = B$, то:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \pm \varphi(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = A \pm B;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot \varphi(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = A \cdot B;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x)} = \frac{A}{B}, \quad (B \neq 0).$$

Первый замечательный предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

Второй замечательный предел (число $e = 2,718\dots$):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 1/x)^x = e \quad \text{или} \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x} = e.$$

Пример 1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 15}{10x^2 - 4}$

Решение:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 15}{10x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \cdot 1^3 + 15}{10 \cdot 1^2 - 4} = \frac{2 + 15}{10 - 4} = \frac{17}{6}$$

Пример 2. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 6n - 5}{10n^3 - 8n^2 + 2}$

Решение:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 6n - 5}{10n^3 - 8n^2 + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(1 + \frac{6}{n^2} - \frac{5}{n^3}\right)}{n^3 \left(10 - \frac{8}{n} + \frac{2}{n^3}\right)} = \frac{1}{10}$$

Пример 3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin 8x}{6x}$

Решение:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin 8x}{6x} \stackrel{\left[\frac{0}{0}\right]}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin 8x \cdot 8}{6 \cdot 8x} = \frac{5 \cdot 8}{6} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$$

Пример 4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{x}$

Решение:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{x} \stackrel{\left[\frac{0}{0}\right]}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \ln(1+5x)}{5x} = 5$$

Формулы дифференцирования

1. $(C)' = 0$

2. $(u^a)' = a \cdot u^{a-1}$, в частности, $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}}$;

3. $(a^x)' = a^x$, в частности, $(e^x)' = e^x$;

4. $(\log_a u)' = \frac{1}{u \ln a}$ в частности, $(\ln u)' = \frac{1}{u}$;

Правила дифференцирования

1) $(u \pm v)' = u' \pm v'$;

2) $(u \times v)' = u' \times v + v' \times u$, в частности $(cu)' = cu'$;

3) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \times v - v' \times u}{v^2}$;

4) $y'(x) = y'(u) \times u'(x)$, если $y = f(u)$, $u = \varphi(x)$;

5) $y'(x) = \frac{1}{x'(y)}$, если $y = f(x)$ и $x = \varphi(y)$.

Возрастание и убывание функций

Теорема 1. (необходимые условия). Если дифференцируемая на интервале $(a;b)$ функция $y = f(x)$ возрастает (убывает), то $f'(x) \geq 0$ ($f'(x) \leq 0$) для любого $x \in (a;b)$.

Теорема 2. (достаточные условия). Если функция $y = f(x)$ дифференцируема на интервале $(a;b)$ и $f'(x) > 0$ ($f'(x) < 0$) для любого $x \in (a;b)$, то эта функция возрастает (убывает) на интервале $(a;b)$.

Теоремы 1 и 2 позволяют довольно просто исследовать функцию на монотонность (функция, убывающая или возрастающая, называется монотонной).

Пример 5. Исследовать функцию $f(x) = x^3 - 3x - 4$ на монотонность.

Решение:

$$x \in \mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$$

+ - +



-1 1

$$f'(x) \geq 0 \text{ при } x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$$

$$f'(x) \leq 0 \text{ при } x \in [-1; 1]$$

Ответ: данная функция возрастает при $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ и убывает $x \in [-1; 1]$

Пример 6. Исследовать функцию $y = \frac{x}{1-x^2}$ на монотонность.

Решение:

$$y' = \left(\frac{x}{1-x^2} \right)' = \frac{x^2 + 1}{(1-x^2)^2}$$

Так как $y' > 0$ в области определения, то функции является возрастающей на каждом интервале области определения.

Задания для закрепления полученных умений и знаний.

Вариант №1

Задание 1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^5 - 3x + 2)$$

$$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 - 36}{x + 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x - 7}{x^3 - 3x + 1}$$

Задание 2. Вычислить пределы, используя 1-й и 2-й замечательные пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{4x}$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x+1}{4x} \right)^{\frac{1}{x}}$$

Задание 3. Найдите производную функции:

$$y = 3x^5 + 8x^3 + 7x^2 - \sqrt{3}$$

$$y = 2\sqrt{x} + \cos 3x$$

$$y = \left(4x^3 - 9x^2 + 3x - \frac{1}{3} \right)^4$$

$$y = \frac{8-5x}{2x-4}$$

Задание 4. Исследовать функцию на монотонность:

1.

1.

$$y = x^3 - 3x^2 + 4$$

$$y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{1}{3}$$

2.

2.

3.

3.

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

$$d) y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

4.

4.

Вариант №2

Задание 1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^5 - 3x + 2) ;$$

$$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 - 36}{x + 6} ;$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} ;$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x - 7}{x^2 - 3x + 1} ;$$

Задание 2. Вычислить пределы, используя 1-й и 2-й замечательные пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{4x}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x+1}{4x} \right)^{\frac{1}{x}}$$

Задание 3. Найдите производную функции:

$$y = 4x^6 - 7x^2 + 9x + \frac{\pi}{4}$$

$$y = -7\sqrt{x} + \sin 2x$$

$$y = (8x^6 - 25x^3 - 8x)^{\frac{1}{5}}$$

$$y = \frac{4-8x}{6-5x}$$

Задание 4. Исследовать функцию на монотонность:

1.

1.

$$y = x^3 - 12x + 6$$

$$y = -x^3 + 3x^2 - 2$$

2.

2.

3.

3.

$$y = \frac{2x}{x^2+1}$$

$$y = \frac{x^3}{x^2-1}$$

4.

4.

Контрольные вопросы

1. Основные способы вычисления пределов функций.
2. Алгоритм исследования функции на непрерывность с помощью производной.
3. Понятие производной функции.