

МАОУ «Пермская кадетская школа №1
«Пермский кадетский корпус имени генералиссимуса А.В. Суворова»

**МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА УРОКА
«ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И СПОСОБЫ ИХ РЕШЕНИЯ»**

Составитель: Хуснуллина Н.Р.,
учитель математики

2023

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Современное общество непрерывно развивается, поэтому система образования нуждается в инновационных методах обучения, позволяющих добиться максимального включения всех участников в образовательный процесс с максимальной продуктивностью. Одним из актуальных методов для достижения данной цели выступает дистанционное обучение.

Дистанционное обучение – способ реализации процесса обучения, основанный на использовании современных информационных и телекоммуникационных технологий, позволяющих осуществлять обучение на расстоянии без непосредственного, личного контакта между преподавателем и учащимся.

Урок математики в 10 классе по теме «Логарифмические уравнения и способы их решения» предлагается для дистанционного обучения. Урок создан с помощью платформы CoreApp, использует образовательные ресурсы youtube, learningapps.org.

Необходимость в дистанционной форме обучения для школьников возрастает в период соревнований, эпидемий, погодных условий, когда нет возможности посещать школу. Такая форма обучения предоставляет возможность учащимся ликвидировать пробелы в знаниях или наоборот углубить свои знания в интересующих их областях.

Использование дистанционных образовательных технологий актуально в процессе внедрения ФГОС нового поколения.

Методический паспорт	
Тема урока:	логарифмические уравнения и способы их решения
Учебная дисциплина:	алгебра и начала математического анализа
Возрастная группа:	10 класс (1 курс СПО)
Продолжительность занятия:	90 минут
Тип занятия:	урок открытия нового знания
Цель урока:	формирование умения решать логарифмические уравнения разных типов на основе применения определения логарифма, свойств логарифмов и общих методов решения уравнений
Задачи:	а) общенаучная: выбирать рациональные способы решения уравнений, применять полученные теоретические знания для решения уравнений; б) воспитательная: воспитывать сознательное отношение к учению, познавательную активность и интерес к предмету, культуру

	умственного труда; в) развивающая: развивать навыки сравнительного анализа, логического мышления, умение делать обобщения и выводы;
Методы обучения:	наглядный, проблемный
Формы организации урока:	индивидуальная (дистанционная)
Технологии, используемые на уроке:	информационно-коммуникативная
Характеристика ресурса, с помощью которого создан урок:	CoreApp — образовательная онлайн-платформа, которая помогает разработчикам онлайн-курсов создавать образовательные материалы с помощью педагогических шаблонов и улучшать результаты обучения благодаря аналитической рекомендательной системе. Платформа подойдет учителям, преподавателям вузов и другим образовательным учреждениям, которые хотят создать ценный образовательный продукт и качественно обучать знаниям.
Инструкция для учащегося перед использованием созданного контента:	1. Прочитать тему занятия и повторить изученный ранее материал. Выполнить интерактивные упражнения на повторение. 2. Попробовать решить задачу (из блока проблемная ситуация) и определить цель занятия (заполнить поле для ответа). 3. Изучить обучающие ресурсы к занятию. Прослушать и просмотреть тему урока в видео формате, прочитать и изучить в текстовом формате. Записать упражнения в тетрадь. 4. После изучения обучающих ресурсов к занятию необходимо выполнить интерактивные задания. 5. Задания повышенного уровня отправляются на проверку учителю. Для этого имеется специальное поле загрузки задания. Выполнить рефлексия занятия (заполнить поле для ответа).
Методические рекомендации по использованию контента (для учителя):	Данный урок математики проводится в соответствии с тематическим планом и относится к разделу «Алгебра и начала математического анализа». Урок по теме

	«Логарифмические уравнения и способы их решения» - следующий этап в изучении логарифмов. На уроке планируется познакомить учащихся с основными типами логарифмических уравнений и способами их решений. Занятие проходит в дистанционном формате. Учащийся самостоятельно изучает тему, с помощью интерактивных заданий отрабатывает навыки решения уравнений. Данная тема входит в задания ЕГЭ (тип 5 и тип 12).
Критерии оценки урока:	Работа зачтена, если выполнены все этапы урока. Интерактивные задания можно выполнять несколько раз, для отработки навыка решения уравнений. Правильность выполнения заданий отслеживает ученик самостоятельно. Задание повышенного уровня оцениваются учителем (оценка выставляется по желанию учащегося). <i>Отметка «5» ставится в следующих случаях:</i> • работа выполнена полностью. • в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; • в решении нет математических ошибок. <i>Отметка «4» ставится, если:</i> • работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; • допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках. <i>Отметка «3» ставится, если:</i> • допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.
Ссылка на урок:	https://coreapp.ai/app/player/lesson/64494bf6ce58d1b9ecaf0c32

ПЛАН УРОКА:

1. Организационный момент

Изучив определение логарифма, основные свойства логарифмической функции, правила вычисления логарифмов и их свойства учащийся может приступить к изучению новой темы.

2. Повторение изученного материала

Учащемуся предлагается повторить краткий теоретический материал по темам «Понятие логарифма» и «Область определения логарифмической функции» с образцами решения примеров, предлагается выполнить упражнения «Проверь себя».

В результате этой работы каждый учащийся сможет оценить себя сам.

Если ученик решил все задания правильно, то может переходить к изучению нового материала. Иначе необходимо вернуться к материалу прошлого занятия.

3. Проблемная ситуация

Учащемуся предлагается решить задачу.

С какой проблемой вы встретились на этом этапе? *(Для многих учащихся не возможно решить данное уравнение, хотя возможно будут учащиеся, которые верно решат данную задачу)*

Определяется тема урока: Логарифмические уравнения и способы их решения.

Учащемуся предлагается сформулировать цель занятия. *(Какие цели можно поставить перед собой?)*

Примерный ответ: *познакомиться с приёмами решения логарифмических уравнений и научиться их решать.*

4. Изучение нового материала

Объяснение нового материала происходит на основе видеоурока и изучения теоретического материала по теме «Логарифмические уравнения и способы их решения» (конспект)

5. Первичное закрепление нового материала

Учащемуся предлагается решить логарифмические уравнения по изученному материалу. Задания все с автоматической проверкой.

В результате этой работы каждый учащийся сможет оценить себя сам.

Если ученик решил все задания правильно, то может переходить к рефлексии или выполнить задания повышенной сложности.

6. Рефлексия

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ЦИФРОВОГО КОНТЕНТА

Повторение изученного материала

1. Вычислить, используя определение и свойств логарифма:

$$36^{\log_6 \sqrt{7}} = 7$$

$$\log_5 2 \cdot \log_2 25 = 2$$

$$\log_{10} 0,01 + \log_{0,5} 4 = -4$$

$$\log_7 49 \cdot \log_2 8 = 6$$

$$\log_3 9 = 2$$

$$\log_{10} 10000 = 4$$

$$\log_{0,25} 64 = -3$$

$$\log_4 \log_2 16 = 1$$

$$\log_{10} 0,01 + \log_{0,5} 4 = -4$$

$$\log_{\frac{1}{25}} \sqrt{25} = -0,5$$

$$\frac{\log_4 729}{\log_4 9} = 3$$

$$\log_5 6,25 + \log_5 4 = 2$$

$$(7^{\log_7 3})^{\log_3 7}$$

2. Найдите область определения функции:

$$y = \log_{10}(x + 3) \quad D(y) = (-3; \infty)$$

$$y = \log_3(2 - 6x) \quad D(y) = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$$

$$y = \ln(-x) \quad D(y) = (-\infty; 0)$$

$$y = \ln|x| \quad D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$$

$$y = \ln x^3 \quad D(y) = (0; \infty)$$

$$y = \ln x^2 \quad D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$$

Проблемная задача

3. Решить задачу: ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 5 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 2 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 25$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое следующим образом: $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$, где $\alpha = 2,3$ постоянная. Определите (в

киловольт), напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 46 с.

Решение:

Подставим все исходные данные и решим полученное логарифмическое уравнение:

$$46 = 2,3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot \log_2 \frac{25}{U}$$

$$\log_2 \frac{25}{U} = 2$$

$$\frac{25}{U} = 4$$

$$U = 6,25$$

Ответ: $U=6,25$

Изучение нового материала

4. Какое из данных чисел является корнем уравнения $\log_2(4x-6)=5$

- 7,75
- 9,5 правильный ответ
- 6,6
- 4

Решение:

$$4x - 6 = 2^5$$

$$4x = 38$$

$$x = 9,5$$

$$\text{ОДЗ: } 4x - 6 > 0$$

$$x > 1,5$$

Ответ: $x=9,5$

5. Найдите корень уравнения $\lg(2x+10)=3$

Решение:

$$2x + 10 = 10^3$$

$$2x = 990$$

$$x = 495$$

$$\text{ОДЗ: } 2x + 10 > 0$$

$$x > -5$$

Ответ: $x=495$

6. Решите логарифмические уравнения

$$\log_8 2^{8x-4} = 4$$

$$\log_2(5x - 7) - \log_2 5 = \log_2 21$$

$$\log_3(-2 - x) = 2$$

$$3^{\log_9(5x-5)} = 5$$

$$\log_5(x^2 + 2x) = \log_5(x^2 + 10)$$

$$\log_5(5 - x) = 2 \log_5 3$$

$$\log_2(15 + x) = \log_2 3$$

Ответ: 2

Ответ: 22,4

Ответ: -11

Ответ: 6

Ответ: 5

Ответ: -4

Ответ: -12

Задания повышенного уровня

7. Решите уравнения:

а) $\log_2(x^2 - 14x) = 5$. В ответе укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_3 0,1; 5\sqrt{10}]$.

Решение:

$$x^2 - 14x = 2^5$$

$$x^2 - 14x - 32 = 0$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 16$$

$$\text{ОДЗ: } x^2 - 14x > 0$$

$$x \in (-\infty; 0) \cup (14; \infty)$$

Заметим, что $\log_3 0,1 < \log_3 \frac{1}{9} = -2 < 5\sqrt{10}$.

$$5\sqrt{10} = \sqrt{250} < \sqrt{256} = 16$$

Значит, указанному отрезку принадлежит только корень -2 .

Ответ: $x = -2$

б) $6\log_8^2 x - 5\log_8 x + 1 = 0$. В ответе укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2; 2,5]$.

Решение:

Выполним замену $\log_8 x = a$.

$$6a^2 - 5a + 1 = 0$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \quad a_2 = \frac{1}{3}$$

$$\log_8 x = \frac{1}{2}$$

$$x = 2\sqrt{2}$$

$$\log_8 x = \frac{1}{3}$$

$$x = 2$$

ОДЗ: $x > 0$

Заметим, что $2 < 2,5 = \sqrt{6,25} < \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

Значит, указанному отрезку принадлежит корень 2.

Ответ: $x = 2$

ПОНЯТИЕ ЛОГАРИФМА

Определение:

Логарифмом положительного числа b по основанию a (обозначается $\log_a b$) называется показатель степени, в которую надо возвести a , чтобы получить b , где $b > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$.

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b; \log_a a^x = x$$

Примеры:

$$\log_2 8 = 3, \text{ так как } 2^3 = 8;$$

$$\log_7 49 = 2, \text{ так как } 7^2 = 49;$$

$$\log_5 \frac{1}{5} = -1, \text{ так как } 5^{-1} = \frac{1}{5};$$

$$\log_3 \sqrt{3} = \frac{1}{2}, \text{ так как } 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}.$$

Десятичный логарифм - логарифм с основанием 10, который обозначается как $\lg$.

$$\lg 100 = 2, \log_{10} 100 = 2, \text{ так как } 10^2 = 100$$

Натуральный логарифм - логарифм с основанием e , обозначается $\ln$.

Логарифмическая единица и логарифмический ноль

1. $\log_a a = 1$ - это логарифмическая единица.

Запомните раз и навсегда: логарифм по любому основанию a от самого этого основания равен единице.

2. $\log_a 1 = 0$ - это логарифмический ноль.

Основание a может быть каким угодно, но если в аргументе стоит единица — логарифм равен нулю! Потому что $a^0 = 1$ — это прямое следствие из определения.

Основное логарифмическое тождество:

$$a^{\log_a b} = b, \text{ где } a > 0, a \neq 1, b > 0$$

Свойства логарифмов

№	$(a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0)$	Примеры
1.	$\log_a a = 1$	$\log_3 3 = 1$
2.	$\log_a 1 = 0$	$\log_8 1 = 0$
3.	$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$	$\log_9 (81 \cdot 9) = \log_9 81 + \log_9 9 = \log_9 9^2 + \log_9 9^1 = 2 + 1 = 3$
4.	$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$	$\log_5 \frac{25}{125} = \log_5 25 - \log_5 125 = \log_5 5^2 - \log_5 5^3 = 2 - 3 = -1$
5.	$\log_{a^\alpha} b^\beta = \frac{\beta}{\alpha} \log_a b, \alpha \neq 0$	$\log_{5^2} 25^{100} = \frac{100}{2} \cdot \log_5 25 = 50 \cdot \log_5 5^2 = 50 \cdot 2 = 100$
6.	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, c \neq 1$	$\log_{81} 27 = \frac{\log_3 27}{\log_3 81} = \frac{\log_3 3^3}{\log_3 3^4} = \frac{3}{4} = 0,75$
7.	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}, b \neq 1$	$\log_{25} 5 = \frac{1}{\log_5 25} = \frac{1}{\log_5 5^2} = \frac{1}{2} = 0,5$
8.	$a^{\log_a x} = x$	$9^{\log_9 3589} = 3589$
9.	$a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$	$9^{\log_3 20} = 20^{\log_3 9} = 20^{\log_3 3^2} = 20^2 = 400$

Примеры с решениями:

1. Вычислить:

а) $\log_3 81$

Решение: $\log_3 81 = 4$, так как $3^4 = 81$.

б) $\log_{\frac{1}{4}} 16$

Решение: Пусть $\log_{\frac{1}{4}} 16 = x$. Тогда по определению логарифма $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 16$, или

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = 4^2, \text{ откуда } \left(\frac{1}{4}\right)^x = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}, x = -2.$$

в) $\log_9 27$

Решение: Пусть $\log_9 27 = x$. Тогда по определению логарифма $9^x = 27$, откуда

$$(3^2)^x = 3^3, 3^{2x} = 3^3, 2x = 3, x = 1,5.$$

г) $49^{0,5 \log_7 9}$

Решение: $49^{0,5 \log_7 9} = (7^2)^{0,5 \log_7 9} = 7^{2 \cdot 0,5 \log_7 9} = 7^{\log_7 9} = 9$

д) $\log_3 15 - \log_3 5 + 3^{\log_3 5}$

Решение: $\log_3 15 - \log_3 5 + 3^{\log_3 5} = \log_3 \frac{15}{5} + 5 = \log_3 3 + 5 = 1 + 5 = 6$

е) $\log_3 36 - 2 \log_3 2 + \log_2 \frac{1}{4}$

Решение:

$$\log_3 36 - 2 \log_3 2 + \log_2 \frac{1}{4} = \log_3 36 - \log_3 2^2 + \log_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \log_3 \frac{36}{4} + \log_2 2^{-2} = \log_3 9 - 2 = 2 - 2 = 0$$

2. Упростить выражение:

а) $3^{\log_2 \frac{1}{4} + \log_3 5} + \log_4 \sqrt[5]{16}$

Решение: $3^{\log_2 \frac{1}{4} + \log_3 5} + \lg \sqrt[5]{100} = 3^{\log_2 2^{-2}} \cdot 3^{\log_3 5} + \frac{1}{5} \lg 100 = 3^{-2} \cdot 5 + \frac{1}{5} \cdot 2 = \frac{1}{9} \cdot 5 + \frac{2}{5} = \frac{25+18}{45} = \frac{43}{45}$

3. Найти значение выражение:

а) $\log_9 45 + \log_9 1,8$ 2) 3)

Решение: $\log_9 45 + \log_9 1,8 = \log_9 (45 \cdot 1,8) = \log_9 81 = 2;$

б) $\log_{11} \sqrt[5]{121}$

Решение: $\log_{11} \sqrt[5]{121} = \log_{11} 121^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \log_{11} 121 = \frac{1}{5} \cdot 2 = \frac{2}{5};$

в) $2 \log_{0,3} 3 - \frac{1}{2} \log_{0,3} 10000$

Решение:

$$2 \log_{0,3} 3 - \frac{1}{2} \log_{0,3} 10000 = \log_{0,3} 3^2 - \log_{0,3} 10000^{\frac{1}{2}} = \log_{0,3} 9 - \log_{0,3} 100 = \log_{0,3} \frac{9}{100} = \log_{0,3} 0,09 = 2.$$

г) $25^{1-0,5 \log_5 11}$

Решение: $25^{1-0,5 \log_5 11} = (5^2)^{1-0,5 \log_5 11} = 5^{2(1-0,5 \log_5 11)} = 5^{2-\log_5 11} = \frac{5^2}{5^{\log_5 11}} = \frac{25}{11}.$

д) $\frac{2 \log_{0,5} 2 + \log_{0,5} \sqrt{10}}{\log_{0,5} 10 - \log_{0,5} \sqrt{10} + \log_{0,5} 4}$

$$\begin{aligned} \text{Решение: } & \frac{2 \log_{0,5} 2 + \log_{0,5} \sqrt{10}}{\log_{0,5} 10 - \log_{0,5} \sqrt{10} + \log_{0,5} 4} = \frac{\log_{0,5} 2^2 + \log_{0,5} \sqrt{10}}{\log_{0,5} 10 - \log_{0,5} \sqrt{10} + \log_{0,5} 4} = \frac{\log_{0,5} (4 \cdot \sqrt{10})}{\log_5 \frac{10 \cdot 4}{\sqrt{10}}} = \\ & = \frac{\log_{0,5} 4 \sqrt{10}}{\log_{0,5} 4 \sqrt{10}} = 1. \end{aligned}$$

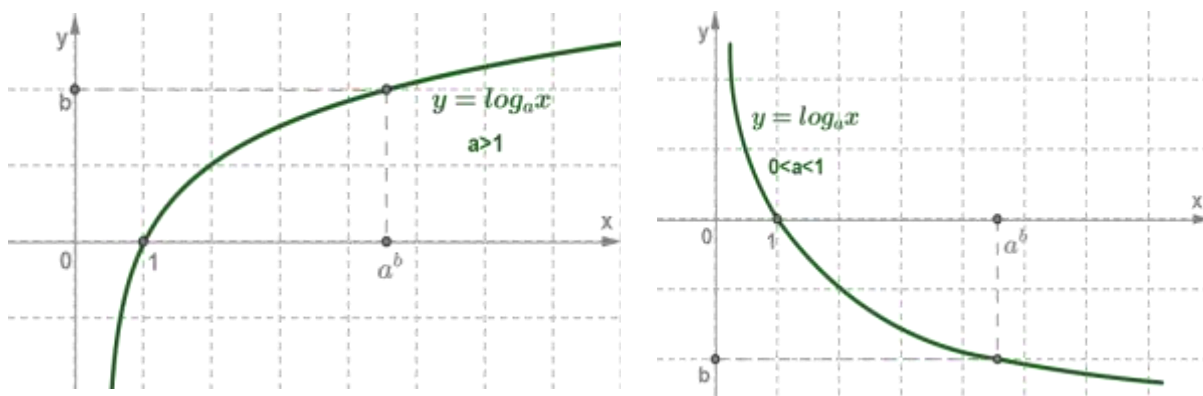
$$\text{е) } \frac{\log_2 32}{\log_2 128}$$

$$\text{Решение: } \frac{\log_2 32}{\log_2 128} = \log_{128} 32 = \log_{2^7} 2^5 = \frac{5}{7} \log_2 2 = \frac{5}{7} \cdot 1 = \frac{5}{7}.$$

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ

Логарифмической функцией называется функция вида

$$y = \log_a x, \quad a, x > 0, \quad a \neq 1$$



Областью определения логарифмической функции есть любое действительное положительное число, то есть $D(\log_a x) : x \in (0; +\infty)$

Пример 1:

Задание Найти область определения функции $y = \log_{\pi}(2x - 4)$

Решение Область определения заданной функции задается следующим неравенством: $2x - 4 > 0$

Решим это линейное неравенство:

$$2x > 4 \Rightarrow x > 2 \Rightarrow x \in (2; +\infty)$$

Таким образом, $D(y) : x \in (2; +\infty)$

Ответ $D(y) : x \in (2; +\infty)$

Пример 2:

Задание Найти область определения функции $y = \log_2((x - 1)(x + 5))$

Решение Логарифм определен, если подлогарифмическая функция является положительной, то есть искомая область определения

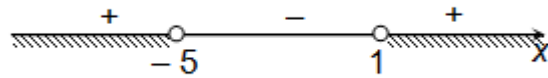
$$D(y) : (x - 1)(x + 5) > 0$$

Решим полученное неравенство $(x - 1)(x + 5) > 0$ методом интервалов. Для этого находим нули каждого из сомножителей:

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1,$$

$$x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5,$$

наносим их на координатную прямую и определяем знак неравенства на каждом из полученных промежутков:



Поскольку решаем неравенство со знаком «>», то оставляем промежутки со знаком «+», то есть

$$D(y) : x \in (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$$

Ответ

$$D(y) : x \in (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$$

ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Определение:

Уравнения, содержащие переменную под знаком логарифма, называются логарифмическими.

Методы решения логарифмических уравнений.

- По определению логарифма;
- Метод потенцирования (освобождения от знака логарифма);
- Решение уравнений с использованием свойств логарифмов;
- Метод введения новой переменной;
- Логарифмирование уравнений;
- Другие методы (функционально-графический, метод приведения к одному основанию).

Рассмотрим каждый метод более подробно:

1) По определению логарифма.

По определению логарифма решаются простейшие уравнения вида

$$\log_a x = b.$$

$$\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b.$$

Пример 1. Решить уравнение $\log_4(x - 3) = 1$.

Решение: $\log_4(x - 3) = 1$,

ОДЗ: $x - 3 > 0 \Rightarrow x > 3$,

Используем определение логарифма:

$$4^1 = x - 3,$$

$$4 = x - 3,$$

$$x = 7.$$

Ответ: $x = 7$.

Пример 2. Решить уравнение $\log_{\frac{1}{4}}(2x - 6) = -2$,

Решение: $\log_{\frac{1}{4}}(2x - 6) = -2$,

ОДЗ: $2x - 6 > 0 \Rightarrow x > 3$.

По определению логарифма:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 2x - 6,$$

$$16 = 2x - 6,$$

$$2x = 10,$$

$$x = 5.$$

Ответ: $x = 5$.

2) Метод потенцирования (освобождения от знака логарифма).

Решение логарифмического уравнения $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ основано на том, что данное уравнение равносильно уравнению $f(x) = g(x)$ при дополнительных условиях

$$f(x) > 0, g(x) > 0.$$

Пример 3. Решить уравнение $\log_3(7x + 2) = \log_3(x + 20)$.

Решение:

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 7x + 2 > 0, \\ x + 20 > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x > -2, \\ x > -20; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{2}{7}, \\ x > -20 \end{cases} \Leftrightarrow x > -\frac{2}{7}.$$

Потенцируя получим:

$$7x + 2 = x + 20;$$

$$x = 3.$$

Ответ: $x = 3$.

3) Решение уравнений с использованием свойств логарифмов.

Пример 4. Решить уравнение $\log_2(x + 4) + \log_2(2x + 3) = \log_2(1 - 2x)$.

Решение:

$$\log_2(x + 4) + \log_2(2x + 3) = \log_2(1 - 2x).$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x + 4 > 0, \\ 2x + 3 > 0, \\ 1 - 2x > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4, \\ 2x > -3, \\ 2x < 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4, \\ x > -\frac{3}{2}, \\ x < \frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < x < \frac{1}{2}.$$

Вспомним свойства логарифмов – сумма логарифмов двух положительных чисел равна логарифму произведения этих чисел, поэтому:

$$\log_2(x + 4)(2x + 3) = \log_2(1 - 2x)$$

Освободимся от знака логарифма и решим квадратное уравнение:

$$(x + 4)(2x + 3) = 1 - 2x,$$

$$2x^2 + 11x + 12 = 1 - 2x,$$

$$2x^2 + 13x + 11 = 0,$$

$$x_{1,2} = \frac{-13 \pm \sqrt{169 - 4 \cdot 2 \cdot 11}}{4} = \frac{-13 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{-13 \pm 9}{4}$$

$$x_1 = -5,5, x_2 = -1.$$

Согласовав корни с ОДЗ, получим корень $x = -1$.

Ответ: $x = -1$.

4) Метод введения новой переменной.

Пример 5. Решить уравнение $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 3 = 0$

Решение:

ОДЗ: $x > 0$

В данном уравнении повторяется выражение: $\log_3 x$. Значит можно выполнить замену переменной.

Пусть $\log_3 x = t$. Тогда уравнение примет вид $t^2 - 2t - 3 = 0$

$$t_1 = 3, t_2 = -1$$

Возвратимся к исходной переменной. Остается решить простейшие логарифмические уравнения:

$$\log_3 x = 3 \text{ или } \log_3 x = -1, \Rightarrow x_1 = 3^3 = 27, x_2 = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 27, x_2 = \frac{1}{3}.$$

5) Есть другие способы решения, познакомимся с ними на следующем уроке (функционально-графический метод, приведение к одному основанию).