

1 этап урока. Оргмомент:

- Я хочу поприветствовать всех участников сегодняшнего урока. Начать урок мне бы хотелось с красивой древней притчи (см. видео)
- Ребята, иногда бывают моменты, когда вам кажется, что вы что-то не понимаете, чего-то не знаете! Но я хочу повторить слова мудреца: «всё в ваших руках». Пусть эти слова будут девизом нашего урока.
- Работать на уроке вы будете и индивидуально, и в группах, и в парах. В каждой группе мною выбраны лидер и его помощник, которые будут в течение всего урока контролировать работу каждого участника своей группы, оказывать при необходимости помощь другим. По ходу урока вы будете оценивать свою работу и работу своих товарищей (лист самооценки для каждого, оценочный лист – для лидеров группы), и каждый получит оценку.

2 этап урока. Повторение, подготовка к ОГЭ, актуализация опорных знаний:

Задание 1(на финансовую грамотность). КАЖДАЯ ИЗ 3-Х ГРУПП ВЕДЕТ РАСЧЕТЫ ТОЛЬКО ДЛЯ ОДНОГО ИЗ САЛОНОВ, ЗАТЕМ, СРАВНИВАЯ ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ, ДЕЛАЕМ ОБЩИЙ ВЫВОД: В КАКОМ ИЗ НИХ ПОКУПКА БУДЕТ НАИБОЛЕЕ ВЫГОДНОЙ.

5. Выбор оптимального варианта

Это задание №5 в ОГЭ

Тип 5 № 406566

Абонент хочет приобрести новый смартфон. В трёх салонах сотовой связи этот смартфон продаётся в кредит (сначала делается первоначальный взнос, а потом ежемесячно в течение всего срока кредита вносятся платежи) на разных условиях. Условия приведены в таблице.

Салон	Стоимость смартфона (руб.)	Первоначальный взнос (в % от стоимости)	Срок кредита (мес.)	Ежемесячный платёж (руб.)
А	17 000	25	12	1250
Б	16 600	30	12	1200
В	17 500	20	6	2600

Определите, в каком из салонов покупка обойдётся дешевле всего (с учётом переплаты). В ответ запишите эту сумму в рублях.

Решение.

Рассмотрим все варианты.

При покупке в салоне А начальный взнос составит $0,25 \cdot 17\,000 = 4250$ руб., а сумма ежемесячных выплат составит $12 \cdot 1250 = 15\,000$ руб. Всего $4250 + 15\,000 = 19\,250$ руб.

При покупке в салоне Б начальный взнос составит $0,3 \cdot 16\,600 = 4980$ руб., а сумма ежемесячных выплат составит $12 \cdot 1200 = 14\,400$ руб. Всего $4980 + 14\,400 = 19\,380$ руб.

При покупке в салоне В начальный взнос составит $0,2 \cdot 17\,500 = 3500$ руб., а сумма ежемесячных выплат составит $6 \cdot 2600 = 15\,600$ руб. Всего $3500 + 15\,600 = 19\,100$ руб.

Самое дешёвой является покупка в салоне В.

Ответ: 19 100.

Задание 2 (расчеты по формулам).

12. Расчеты по формулам

Это задание №12 в ОГЭ

В фирме «Чистая вода» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6500 + 4000n$, где n — число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из колец. Ответ дайте в рублях.

Ответ:

- 11 колец (1 группа);

Ответ: 50500 руб.

- 7 колец (2 группа);

Ответ: 34500 руб.

- 15 колец (3 группа).

Ответ: 66500 руб.

-Какие две величины связаны между собой в этой формуле? (Стоимость колодца C и число колец n)

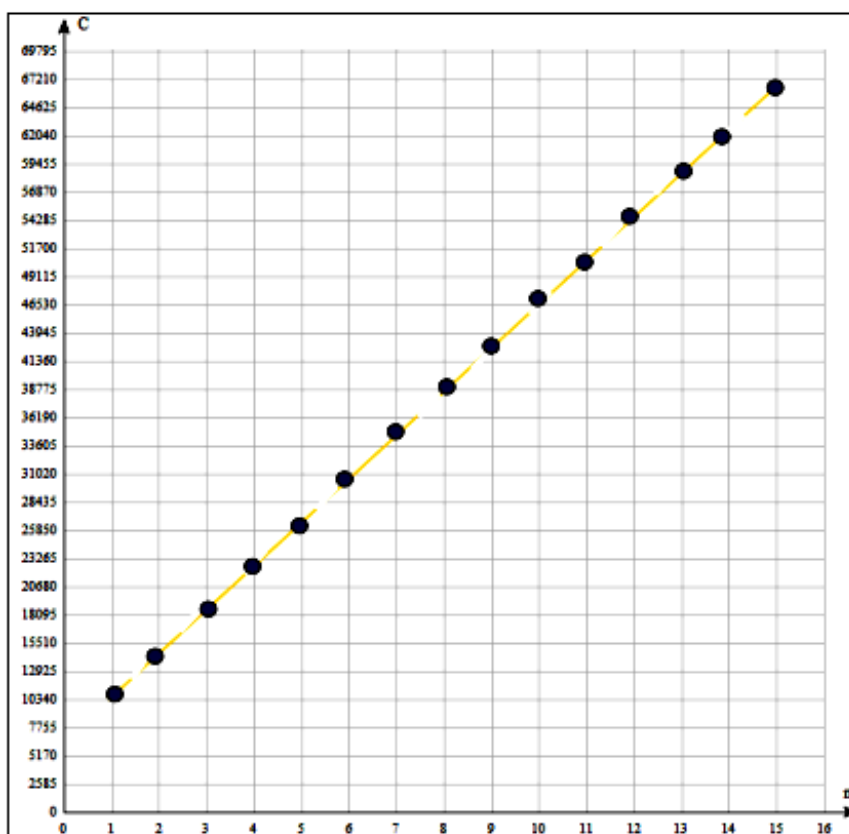
-Какая из этих величин является зависимой, а какая независимой? (Зависимая – C , независимая – n)

-Т.е. можно сказать, что данная формула задает функцию $C(n)$. Посмотрите на плакаты над доской, к какому типу относится эта функция? (линейная $y=kx+b$)

-Какие значения может принимать переменная n ? (только натуральные)

-Следовательно, как будет выглядеть график данной функции? (состоять из отдельных точек, лежащих на одной прямой)

x	y
0	6500
1	10500
2	14500
3	18500
4	22500
5	26500
6	30500
7	34500
8	38500
9	42500
10	46500
11	50500
12	54500
13	58500
14	62500
15	66500
16	70500



Задание 3 (на прогрессии – что это?).

14. Задачи на прогрессии

Тип 14 № 394437  ●

Мама договорилась с Димой, что в понедельник он будет учить испанские слова. За первое выученное слово она даст сыну 5 конфет, а за каждое следующее слово на 2 конфеты больше, чем за предыдущее. Сколько конфет Дима получит от мамы в понедельник, если он выучит слов?

1сл – 5к, 2сл–7к, 3сл–9к, 4сл–11к, 5сл–13к, 6сл–15; $5к+7к+9к+11к+13к+15к=60к$

-Как вам сложность этой задачи из ОГЭ? Знаете, ребята, а я ведь ее упростил. Вопрос на самом деле звучал так: «Сколько конфет Дима получит от мамы, если выучит 12 слов?» Усложнит ли такой вопрос решение задачи? (нет, $60 \times 2 = 120$, открываем решение с сайта и видим незнакомую формулу и другой ответ/да, будет в два раза сложнее посчитать)

Тип 14 № 394437  ●

Мама договорилась с Димой, что в понедельник он будет учить испанские слова. За первое выученное слово она даст сыну 5 конфет, а за каждое следующее слово на 2 конфеты больше, чем за предыдущее. Сколько конфет Дима получит от мамы в понедельник, если он выучит 12 слов?

Решение.

Растущее количество конфет составляет арифметическую прогрессию $5 + 7 + 9 + \dots$ с первым членом $a_1 = 5$, разностью $d = 2$. Сумму первых 12 членов прогрессии $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$:

$$S_{12} = \frac{2 \cdot 5 + 2(12-1)}{2} \cdot 12 = 192 \text{ конфеты.}$$

Ответ: 192 конфеты.

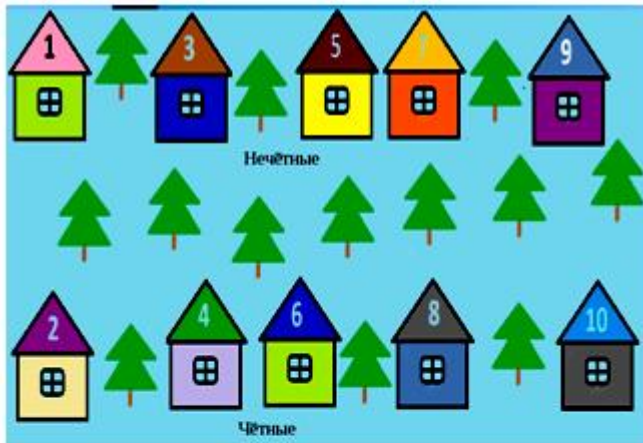
-Давайте сравним решения заданий №2 и №3. Что объединяет эти задания? (Даны две величины и по значениям одной из них мы находим значения другой, т.е. фактически заданы функции на множестве натуральных чисел)

-Какое из этих заданий проще и почему? (Задание №2 проще, т.к. там функция задана формулой, поэтому проще находить значения такой функции, причем можно находить эти значения не по порядку, во втором же случае, чтобы найти последующее значение функции надо знать предыдущее)

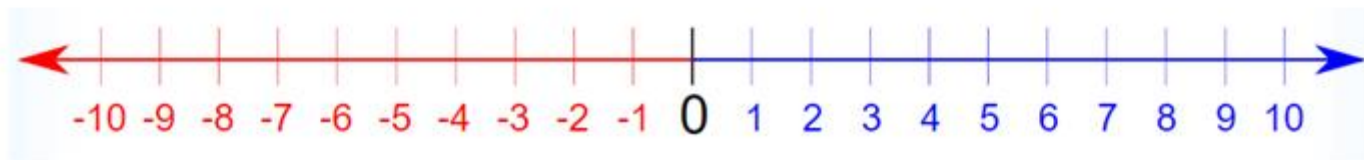
- Попробуйте составить формулу зависимости количества конфет (К) от количества выученных слов (С) (скорее всего будет предложена формула $K=5+2C$, в этом случае необходимо будет обратить внимание учащихся на то, что значения 5к, 7к, 9к, 11к, 13к, 15к из нее будут получаться, но начиная с $C=0$, что некорректно, на самом деле более уместной и правильной будет формула $K=3+2C$).

3 этап урока. Изучение нового материала:

Задание 4 (на логику).



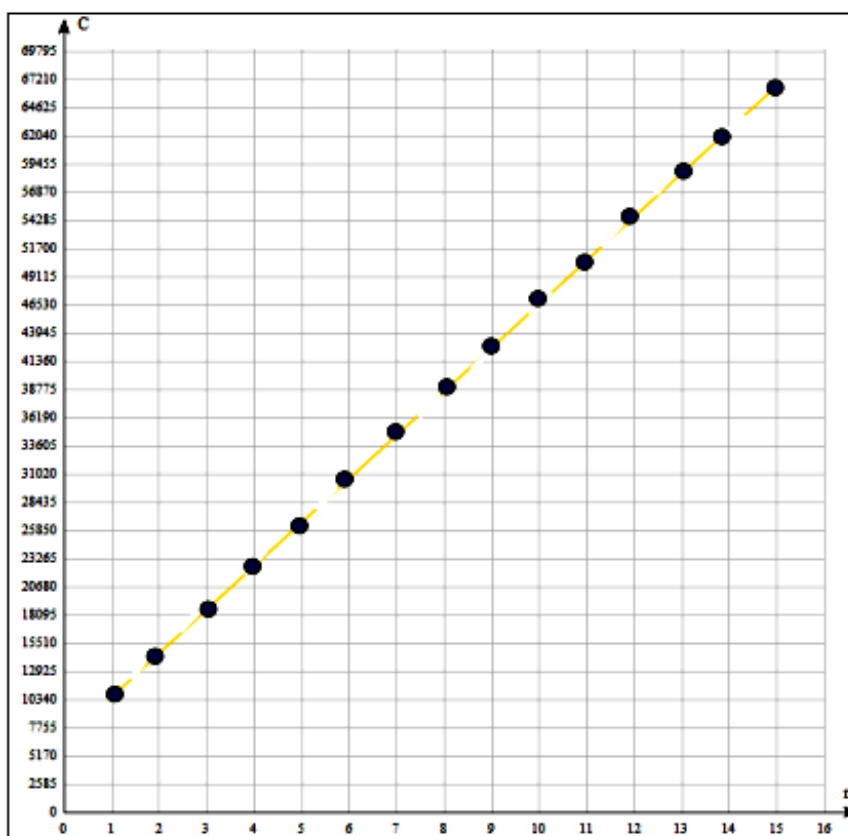
12 месяцев			
12 братьев друг за другом бродят			
Но друг друга не обгонят.			
Зима	Весна	Лето	Осень
декабрь	март	июнь	сентябрь
январь	апрель	июль	октябрь
февраль	май	август	ноябрь



Из задания №3: 5конфет, 7конфет, 9конфет, 11конфет, 13конфет, 15конфет

График из задания №2:

x	y
0	6500
1	10500
2	14500
3	18500
4	22500
5	26500
6	30500
7	34500
8	38500
9	42500
10	46500
11	50500
12	54500
13	58500
14	62500
15	66500
16	70500



-Каким обобщающим словом можно назвать то, что изображено на всех этих рисунках? (Последовательность, очередность, следование, ряд...)

-Приведите свои примеры последовательностей.

-Последовательности - это и есть тема нашего сегодняшнего урока. А поскольку на математике мы работаем в основном с числами, нас будут интересовать «числовые последовательности».

Примеры числовых последовательностей

1, 2, 3, 4, 5, ... – ряд натуральных чисел;

2, 4, 6, 8, 10, ... – ряд чётных чисел;

1, 4, 9, 16, 25, ... – ряд квадратов натуральных чисел;

5, 10, 15, 20, ... – ряд натуральных чисел, кратных 5;

1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, ... – ряд вида $1/n$, где $n \in \mathbb{N}$;

и т.д.

-Что может нарушить последовательность, изменить ее? (изменение правила/порядка следования)

- Философский взгляд: вся наша жизнь состоит из последовательностей различных действий, т.е. носит упорядоченный, размеренный характер, уклад, который мы время от времени можем нарушать, создавая новые последовательности и меняя тем самым свою жизнь не всегда в лучшую сторону.

- Каждой группе необходимо за время урока составить кластер по новой теме, показать основные понятия темы и как они связаны.

Приём «Кластер» (гроздь)



-Попробуйте самостоятельно сформулировать, что же такое «числовая последовательность»? (какой-то упорядоченный ряд чисел или понятий, когда каждое число или понятие стоит строго на своем месте)

-В нашем учебнике термин «числовая последовательность» вводится описательно, на примерах, нет четкого определения. Дайте сами разные определения понятию «числовая последовательность», используя вспомогательные слова:

натуральные, набор, функция, упорядоченный, числа, заданный, множество

(числовая последовательность – это упорядоченный набор чисел; числовая последовательность – это функция, заданная на множестве натуральных чисел).

- Выполняя задания №2 и №3, мы фактически работали с числовыми последовательностями, вспомните, какие вопросы нам пришлось решать при выполнении этих заданий, с какими трудностями мы столкнулись. А теперь давайте сформулируйте цели нашего урока. Чтобы вам хотелось выяснить, узнать, чему научиться? (Узнать, какие бывают виды последовательностей, как их можно задать, применение в жизни, составить кластер по новой теме).

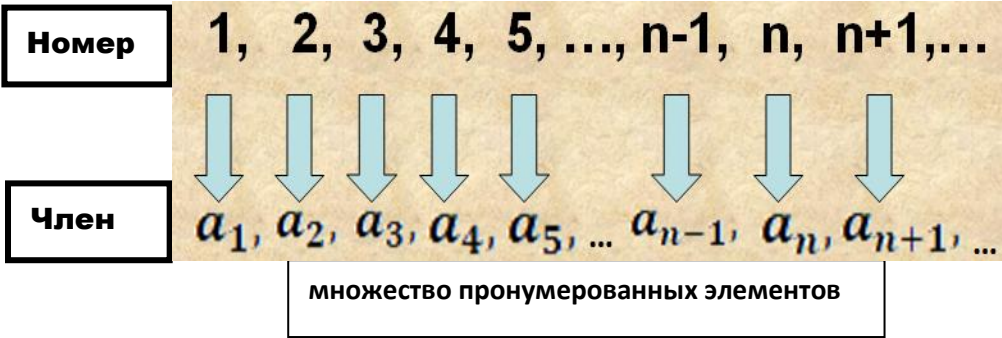
- Смотрим на рисунок выше, вводим виды последовательностей (группы составляют *кластер*):

Конечная последовательность, бесконечная последовательность; ограниченная последовательность, неограниченная последовательность; возрастающая последовательность, убывающая последовательность (монотонные последовательности), стр. 220 – постоянная (стационарная) последовательность, последовательность состоящая из двух и т.д. чисел.

Виды:	
Конечные	Монотонные
Бесконечные	
Ограниченные	
Неограниченные	
Возрастающие	
Убывающие	
Постоянные (стационарные)	

Продолжаем заполнять кластер:

Функцию $a_n = f(n)$, где $n \in \mathbb{N}$, называют числовой последовательностью



В новых обозначениях последовательности из заданий №2 и №3 можно задать так:

$$C = 6500 + 4000n \rightarrow a_n = 6500 + 4000n, \quad a_1 = 6500 + 4000 \cdot 1 = 10500, \quad a_2 = 14500 \text{ и т.д.}$$

$$K = 3 + 2C \rightarrow a_n = 3 + 2n, \quad a_1 = 3 + 2 \cdot 1 = 5, \quad a_2 = 3 + 2 \cdot 2 = 7, \quad a_3 = 9,$$

$$a_{n-1} = 3 + 2(n-1) = 3 + 2n - 2 = 1 + 2n, \quad a_{n+1} = 3 + 2(n+1) = 3 + 2n + 2 = 5 + 2n$$

- С помощью этих формул можно найти любой член последовательности, даже не по порядку. Эти формулы задают член последовательности с каким номером? Логично предположить, что они так и называются...как? (формулы n-го (общего) члена числовой последовательности).

- Смотрим на рис. выше: какие еще способы задания последовательностей вы можете назвать? (графический, табличный, словесный (описательный))

- В задании №3 про конфеты и испанские слова мы столкнулись изначально с трудностью: чтобы найти последующий член, нам необходимо было знать предыдущие. Давайте узнаем из учебника на стр. 220-221, как называется такой способ задания последовательностей и почему (рекуррентный способ (от лат. *recurre* – возвращаться) – рекуррентная формула позволяет вычислять члены последовательности через один или несколько предыдущих поочередно один за другим). С какими числами связан рекуррентный способ задания в учебнике? (с числами Фибоначчи)

- Выпишем первые 10 членов последовательности Фибоначчи:

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 1, \quad a_n = a_{n-1} + a_{n-2} - \text{рекуррентная формула}, \quad \text{где } n \geq 3$$

$$a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$$

$$a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3$$

$$a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5$$

$$a_6 = a_5 + a_4 = 5 + 3 = 8$$

$$a_7 = a_6 + a_5 = 8 + 5 = 13$$

$$a_8 = a_7 + a_6 = 13 + 8 = 21$$

$$a_9 = a_8 + a_7 = 21 + 13 = 34$$

$$a_{10} = a_9 + a_8 = 34 + 21 = 55$$

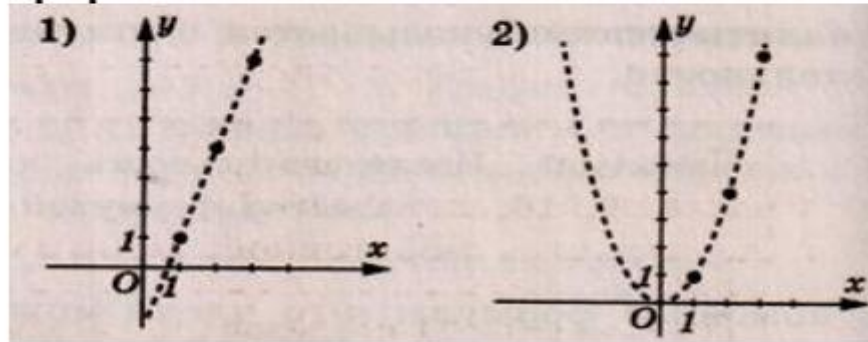
.....и т.д.

Способы задания:

Словесный (описательный):
ряд простых чисел

Табличный:
таблица квадратов натуральных чисел

Графический:



Формула n -го члена:

$$a_n = 3 + 2n,$$

$$a_1 = 3 + 2 \cdot 1 = 5, \quad a_2 = 3 + 2 \cdot 2 = 7, \\ a_3 = 9 \text{ и т.д.}$$

Рекуррентная формула:

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 1,$$

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2},$$

$$\text{где } n \geq 3$$

(последовательность Фибоначчи)

$$a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$$

$$a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3$$

$$a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5 \text{ и т.д.}$$

*1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55...-золотая
последовательность*

4 этап урока. Историческая справка. Применение последовательностей в жизни:

Просмотр видео «Числа Фибоначчи»

5 этап урока. Закрепление изученного:

Решение одного и того же набора заданий всеми тремя группами самостоятельно (более сильные учащиеся контролируют выполнение заданий всеми членами группы, оказывая при необходимости посильную помощь, учитель корректирует работу групп: направляет, ненавязчиво дает советы), ответы на каждое задание фиксируются на доске для взаимопроверки остальными той группой, которая быстрее других выполнила задание.

1. Напишите первые пять членов последовательности, членами которой являются натуральные числа, кратные числу 15.
2. Последовательность задана формулой $x_n = 3n^2 + 1$. Найдите: а) x_1 ; б) x_5 ; в) x_m ; г) x_{3m} .
3. Последовательность задана рекуррентным способом: $y_1 = -3$, $y_{n+1} = 2y_n + 5$. Найдите первые три члена последовательности.
4. Определите номер члена последовательности, заданной формулой $a_n = 41 - 2n$, равного 19.
5. Напишите формулу общего n -го члена последовательности, членами которой являются натуральные числа, при делении которых на 7 в остатке остается 1.

Проверка/взаимопроверка:

1) 15, 30, 45, 60, 75

2) а) $x_1 = 3 \cdot 1^2 + 1 = 3 + 1 = 4$
 б) $x_5 = 3 \cdot 5^2 + 1 = 3 \cdot 25 + 1 = 75 + 1 = 76$
 в) $x_m = 3 \cdot m^2 + 1$
 г) $x_{3m} = 3 \cdot (3m)^2 + 1 = 3 \cdot 9m^2 + 1 = 27m^2 + 1$

3) $y_2 = 2y_1 + 5 = 2 \cdot (-3) + 5 = -1$
 $y_3 = 2y_2 + 5 = 2 \cdot (-1) + 5 = 3$

4) $a_n = 41 - 2n$,
 $41 - 2n = 19$
 $-2n = 19 - 41$
 $-2n = -22$
 $n = 11$, т.е. $a_{11} = 19$

5) $a_n = 7n + 1$

ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ (для более подготовленных учащихся, на случай, если кто-то быстро решит основные задания):

Дана последовательность $y_n = 24n + 36 - 5n^2$.

- а) Сколько в ней положительных членов?
- б) Найти наибольший элемент последовательности.
- в) Есть в данной последовательности наименьший элемент?

Ответы:

а)
 $y_n > 0 \Rightarrow -5n^2 + 24n + 36 > 0 \Rightarrow 5n^2 - 24n - 36 < 0 \Rightarrow -1,2 < n < 6.$

Т.к. $n \in \mathbb{N}$, то подходят следующие значения n из найденного интервала: $n = 1; 2; 3; 4; 5$.
 Значит, в заданной последовательности пять положительных членов.

б) Наибольший элемент последовательности либо соответствует вершине параболы, ветви которой направлены вниз, либо с учетом условия $n \in \mathbb{N}$ находится рядом: абсцисса вершины параболы 2,4 – дробная, не подходит;

$$n = 3 \Rightarrow y_3 = 24 \cdot 3 + 36 - 5 \cdot 3^2 = 72 + 36 - 45 = 63,$$

$$n = 2 \Rightarrow y_2 = 24 \cdot 2 + 36 - 5 \cdot 2^2 = 48 + 36 - 20 = 64 - \text{наибольший элемент}$$

в) Наименьшего элемента нет.

Заполнение каждым листа самооценки и дополнительно лидерами групп и их помощниками – оценочного листа. Демонстрация кластеров.

Домашнее задание: п. 4.1, разобрать задачу Фибоначчи, №578, 580(б), 584(а), по желанию – оформить в виде презентации задачу Фибоначчи или доклад об ученом.