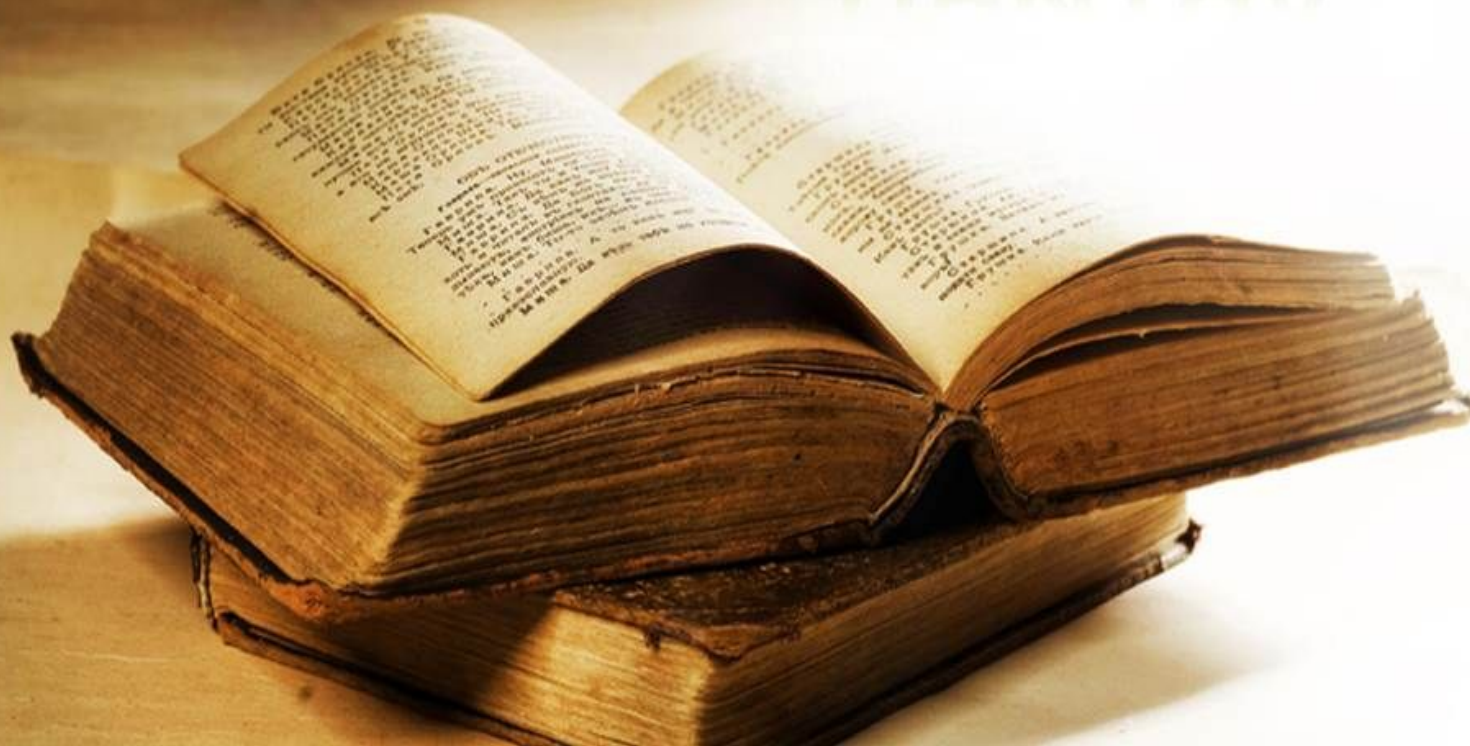


21.03.2023



МУДРАЯ ПРИТЧА



Подготовка к ОГЭ

Ты хочешь сдать ОГЭ по математике? – Ты его сдашь!

ОГЭ

Я СДАМ.! Я ГОТОВ!



Задание №1.

Выбор оптимального варианта (финансовая грамотность)

Тип 5 №406566

Абонент хочет приобрести новый смартфон. В трех салонах сотовой связи этот смартфон продается в кредит (сначала делается первоначальный взнос, а потом ежемесячно в течение всего срока кредита вносятся платежи) на разных условиях. Условия приведены в таблице:

Салон	Стоимость смартфона (руб.)	Первоначальный взнос (в % от стоимости)	Срок кредита (мес.)	Ежемесячный платёж (руб.)
А	17 000	25	12	1250
Б	16 600	30	12	1200
В	17 500	20	6	2600

Определите, в каком из салонов покупка обойдется дешевле всего (с учетом переплаты). В ответ запишите эту сумму в рублях.

Салон	Стоимость смартфона (руб.)	Первоначальный взнос (в % от стоимости)	Срок кредита (мес.)	Ежемесячный платёж (руб.)
А	17 000	25	12	1250
Б	16 600	30	12	1200
В	17 500	20	6	2600

Решение. Рассмотрим все варианты.

При покупке в салоне А начальный взнос составит $0,25 \cdot 17\,000 = 4250$ руб., а сумма ежемесячных выплат составит $12 \cdot 1250 = 15\,000$ руб. Всего $4250 + 15\,000 =$ **19 250 руб.**

При покупке в салоне Б начальный взнос составит $0,3 \cdot 16\,600 = 4980$ руб., а сумма ежемесячных выплат составит $12 \cdot 1200 = 14\,400$ руб. Всего $4980 + 14\,400 =$ **19 380 руб.**

При покупке в салоне В начальный взнос составит $0,2 \cdot 17\,500 = 3500$ руб., а сумма ежемесячных выплат составит $6 \cdot 2600 = 15\,600$ руб. Всего $3500 + 15\,600 =$ **19 100 руб.**

Самой дешёвой является покупка в салоне В. **Ответ: 19 100.**

Задание №2. Расчеты по формулам

Тип 12 №392691

В фирме «Чистая вода» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6500 + 4000n$, где n — число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из колец. Ответ дайте в рублях.

- а) 11 колец;
- б) 7 колец;
- в) 15 колец.

Решение:

- а) $C = 6500 + 4000 \cdot 11 = 50500$ (руб)
- б) $C = 6500 + 4000 \cdot 7 = 34500$ (руб)
- в) $C = 6500 + 4000 \cdot 15 = 66500$ (руб)



Задание №2.

Расчеты по формулам

В фирме «Чистая вода» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6500 + 4000n$, где n — число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из колец. Ответ дайте в рублях.

- а) 11 колец;
- б) 7 колец;
- в) 15 колец.

а) $C = 6500 + 4000 \cdot 11 = 50500$ (руб)

б) $C = 6500 + 4000 \cdot 7 = 34500$ (руб)

в) $C = 6500 + 4000 \cdot 15 = 66500$ (руб)

-Какие две величины связаны между собой в этой формуле?

(Стоимость колодца C и число колец n)

-Какая из этих величин является зависимой, а какая независимой?

(Зависимая – C , независимая – n)

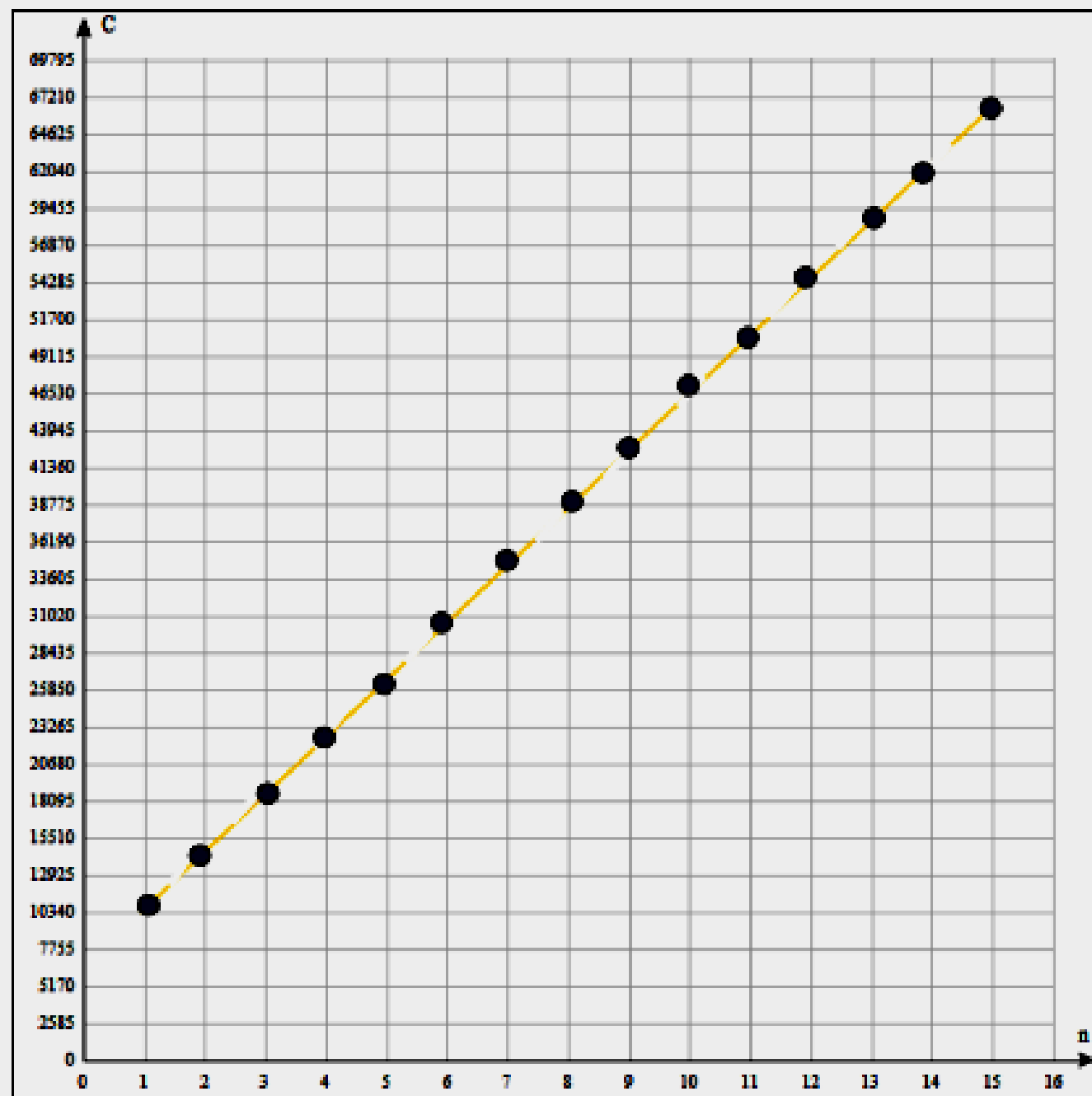
- Как по другому мы называем зависимую переменную? Что задает данная формула? $C(n)$ - функция

- К какому типу относится эта функция? (линейная $y=kx+v$)

-Какие значения может принимать переменная n ? (только натуральные)

- Как будет выглядеть график данной функции? (состоять из отдельных точек, лежащих на одной прямой)

x	y
0	6500
1	10500
2	14500
3	18500
4	22500
5	26500
6	30500
7	34500
8	38500
9	42500
10	46500
11	50500
12	54500
13	58500
14	62500
15	66500
16	70500



Задание №3.

Прогрессии



???

Тип 14 №394437

Мама договорилась с Димой, что в понедельник он будет учить испанские слова. За первое выученное слово она даст сыну 5 конфет, а за каждое следующее слово на 2 конфеты больше, чем за предыдущее. Сколько конфет Дима получит от мамы в понедельник, если он выучит 6 слов?

Решение.

1сл – 5к, 2сл–7к, 3сл–9к, 4сл–11к, 5сл–13к, 6сл–15к

$$5к+7к+9к+11к+13к+15к=60к$$

- Как вам сложность этой задачи из ОГЭ?



- Вопрос к задаче на самом деле звучал так: «Сколько конфет Дима получит от мамы, если выучит 12 слов?»

Мама договорилась с Димой, что в понедельник он будет учить испанские слова. За первое выученное слово она даст сыну 5 конфет, а за каждое следующее слово на 2 конфеты больше, чем за предыдущее. Сколько конфет Дима получит от мамы в понедельник, если он выучит 12 слов?

- Усложнит ли такой вопрос решение задачи?

Решение.

**1сл – 5к, 2сл–7к, 3сл–9к, 4сл–11к, 5сл–13к, 6сл–15к
5к+7к+9к+11к+13к+15к=60к**

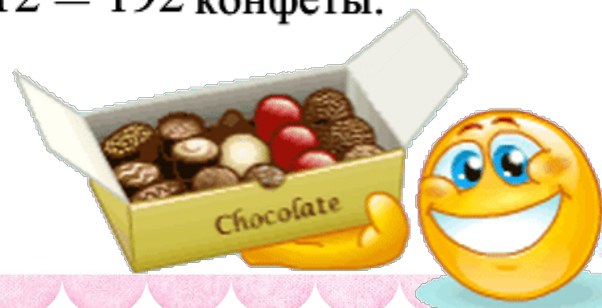
Решение.

Растущее количество конфет составляет арифметическую прогрессию 5+7+9+... с первым членом $a_1 = 5$, разностью $d = 2$. Сумму первых 12 членов прогрессии находим по формуле:

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$S_{12} = \frac{2 \cdot 5 + 2(12-1)}{2} \cdot 12 = 192 \text{ конфеты.}$$

Ответ: 192 конфеты.



-Сравним решения заданий №2 и №3:

Задание №2.

В фирме «Чистая вода» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6500 + 4000n$, где n — число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из колец. Ответ дайте в рублях.

Задание №3.

Мама договорилась с Димой, что в понедельник он будет учить испанские слова. За первое выученное слово она даст сыну 5 конфет, а за каждое следующее слово на 2 конфеты больше, чем за предыдущее. Сколько конфет Дима получит от мамы в понедельник, если он выучит 6 (12) слов?

- Что объединяет эти задания?

(Даны две величины и по значениям одной из них мы находим значения другой; заданы две функции на множестве натуральных чисел)

-Какое из этих заданий проще и почему?

(№2 проще, в нем функция задана формулой, поэтому проще находить значения такой функции, причем можно находить эти значения не по порядку; В №3 чтобы найти последующее значение функции надо знать предыдущее)

- **Попытайтесь составить формулу зависимости количества конфет (К) от количества выученных слов (С)**

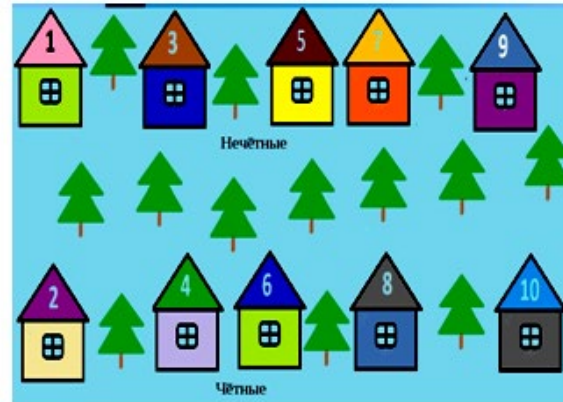
Задание №3.

Мама договорилась с Димой, что в понедельник он будет учить испанские слова. За первое выученное слово она даст сыну 5 конфет, а за каждое следующее слово на 2 конфеты больше, чем за предыдущее. Сколько конфет Дима получит от мамы в понедельник, если он выучит 6 (12, НЕ ВАЖНО СКОЛЬКО!) слов?

$$K=3+2C$$



Задание №4 (на логику)



12 месяцев			
12 братьев друг за другом бродят			
Но друг друга не обгонят.			
Зима	Весна	Лето	Осень
декабрь	март	июнь	сентябрь
январь	апрель	июль	октябрь
февраль	май	август	ноябрь

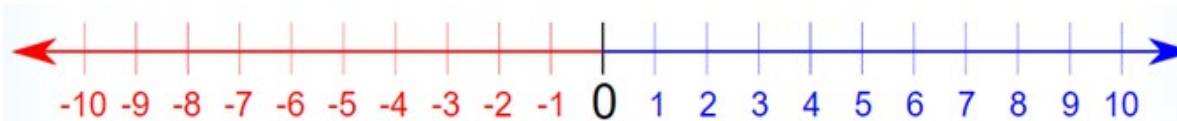
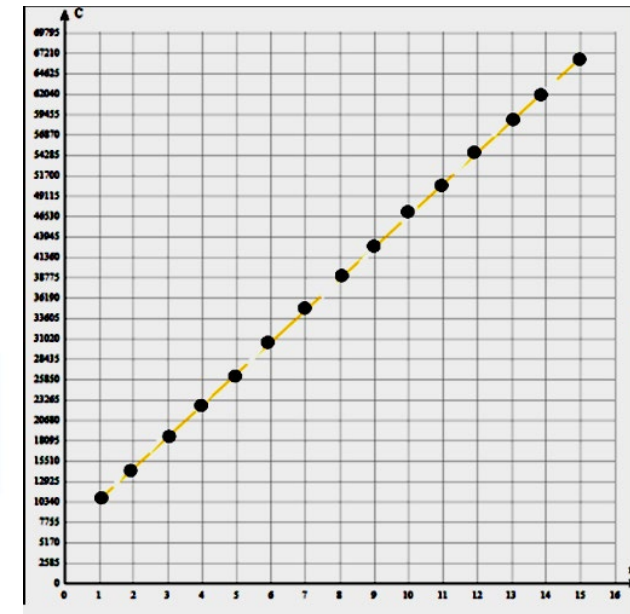


График из задания №2:

x	y
0	6500
1	10500
2	14500
3	18500
4	22500



Из задания №3:

5конфет, 7конфет, 9конфет, 11конфет, 13конфет, 15конфет

-Каким обобщающим словом можно назвать то, что изображено на всех этих рисунках?

(Последовательность, очередность, следование, ряд...)

-Приведите свои примеры последовательностей.

Тема урока: Числовые последовательности

Примеры числовых последовательностей

1, 2, 3, 4, 5, ... – ряд натуральных чисел;

9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0 – ряд однозначных чисел;

2, 4, 6, 8, 10, ... – ряд чётных чисел;

1, 4, 9, 16, 25, ... – ряд квадратов натуральных чисел;

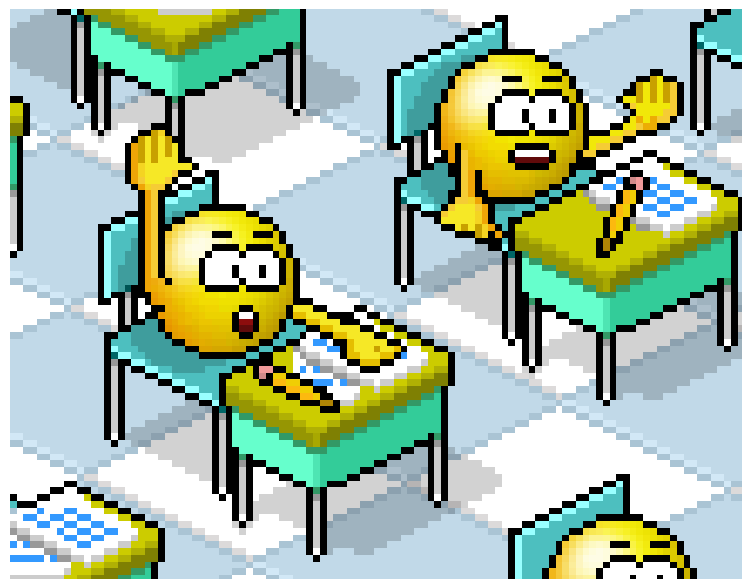
5, 10, 15, 20, ... – ряд натуральных чисел, кратных 5;

$1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, \dots$ – ряд вида $1/n$, где $n \in \mathbb{N}$;

-Что может нарушить последовательность, изменить ее? (изменение правила/порядка следования)

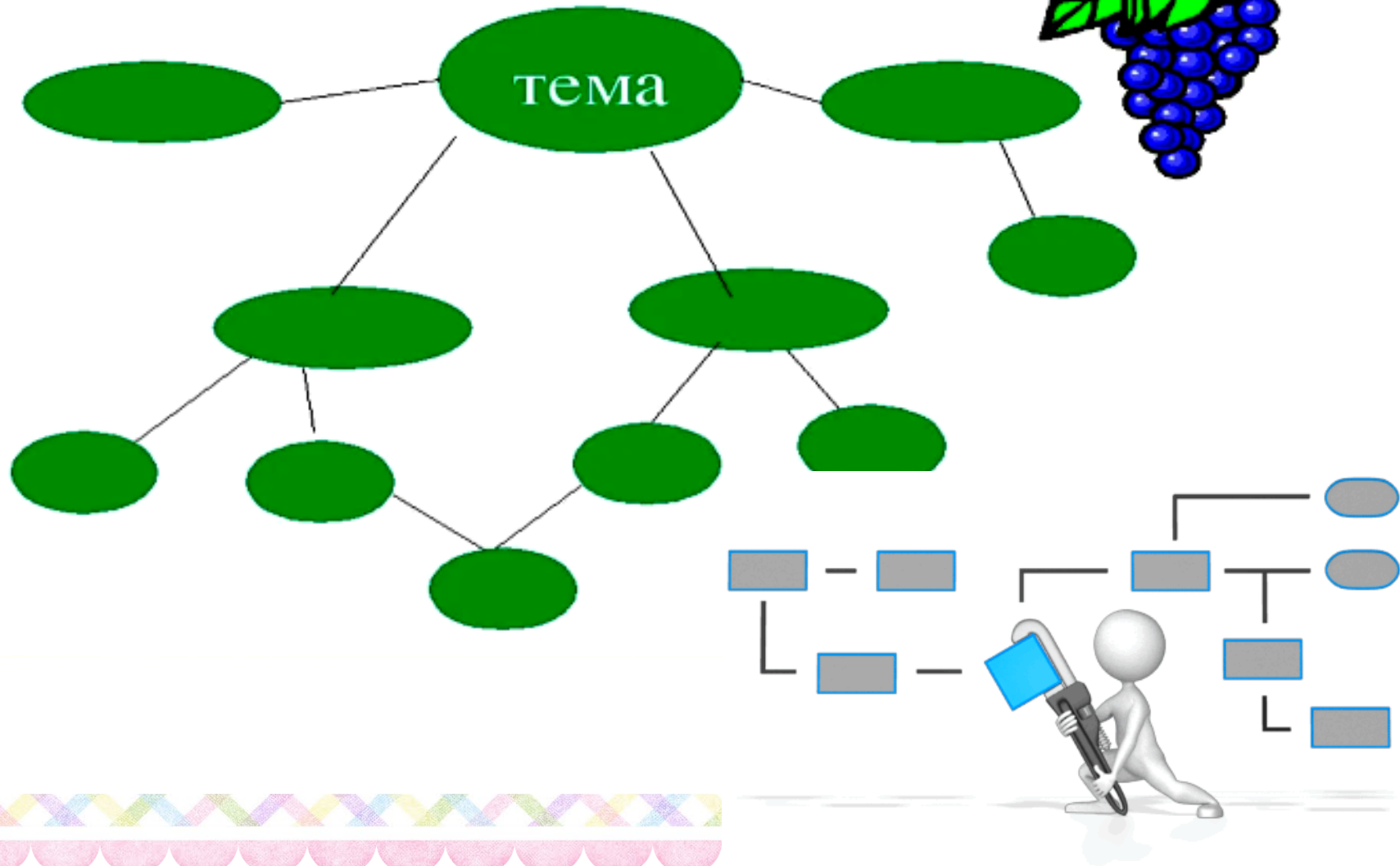
Философский взгляд: вся наша жизнь состоит из последовательностей различных действий, т.е. носит упорядоченный, размеренный характер, уклад, который мы время от времени можем нарушать, создавая новые последовательности и меняя тем самым свою жизнь не всегда в лучшую сторону.

Изучение НОВОЙ темы



- Каждой группе необходимо за время урока составить кластер по новой теме, показать основные понятия темы и как они связаны.**

Приём «Кластер» (гроздьё)



Тема урока: Числовые последовательности

Примеры числовых последовательностей

1, 2, 3, 4, 5, ... – ряд натуральных чисел;

2, 4, 6, 8, 10, ... – ряд чётных чисел;

1, 4, 9, 16, 25, ... – ряд квадратов натуральных чисел;

5, 10, 15, 20, ... – ряд натуральных чисел, кратных 5;

1, $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, ... – ряд вида $1/n$, где $n \in \mathbb{N}$;

-Попробуйте самостоятельно сформулировать, что такое «числовая последовательность»?

(какой-то упорядоченный ряд чисел, когда каждое число стоит строго на своем месте)

-В нашем учебнике термин «числовая последовательность» вводится описательно, на примерах, нет четкого определения. Дайте сами разные определения понятию «числовая последовательность», используя вспомогательные слова:

**натуральные,
набор,
функция,
упорядоченный,
числа,
заданный,
множество**

**Числовая последовательность – это
упорядоченный набор чисел**

Числовая последовательность – это

функция, заданная на множестве натуральных чисел

- Выполняя задания №2 (про колодезные кольца) и №3 (про конфеты), мы фактически работали с числовыми последовательностями, вспомните, какие вопросы нам пришлось, с какими трудностями мы столкнулись.

Сформулируйте цели нашего урока. Чтобы вам хотелось выяснить, узнать, чему научиться?

Тема: Числовые последовательности

Цели:

- ✓ **виды числовых последовательностей,**
- ✓ **способы задания,**
- ✓ **применение в жизни.**
- ✓ **кластер по новой теме.**

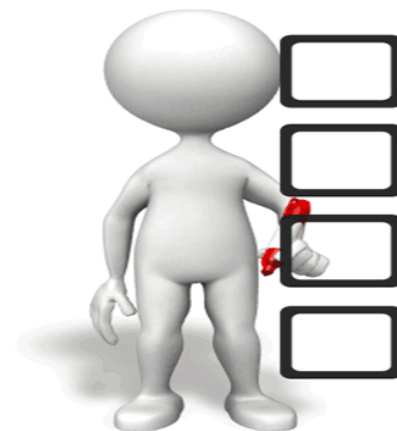
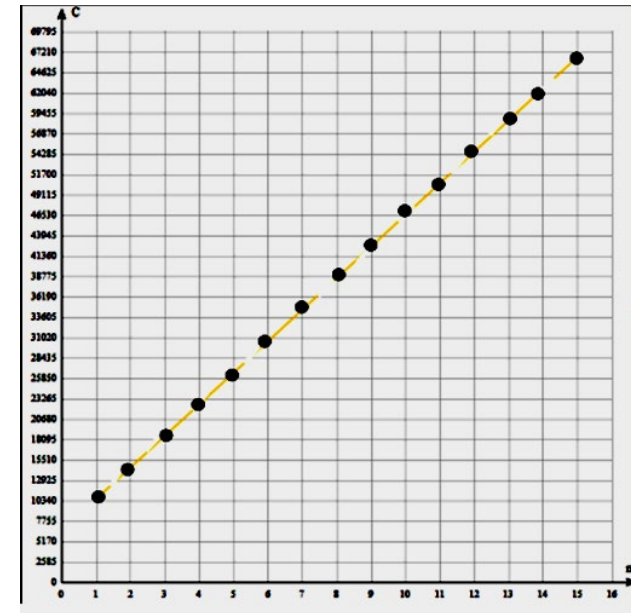




График из задания №2:

x	y
0	6500
1	10500
2	14500
3	18500
4	22500

- 1, 2, 3, 4, 5, ... – ряд натуральных чисел;**
- 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0 – ряд однозначных чисел;**
- 2, 4, 6, 8, 10, ... – ряд чётных чисел;**
- 1, 4, 9, 16, 25, ... – ряд квадратов натуральных чисел;**
- 5, 10, 15, 20, ... – ряд натуральных чисел, кратных 5;**
- 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, ... – ряд вида $1/n$, где $n \in \mathbb{N}$;**



Из задания №3:

5конфет, 7конфет, 9конфет, 11конфет,13конфет,15конфет

- По данному слайду попробуйте сами назвать, какие бывают виды числовых последовательностей
см. также стр. 220 учебника

Функцию $a_n = f(n)$, где $n \in \mathbb{N}$, называют числовой последовательностью

Номер

1, 2, 3, 4, 5, ..., $n-1$, n , $n+1$, ...

Член

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \dots$

множество пронумерованных элементов

-Как можно задать последовательности из заданий №2 (про колодезные кольца) и №3 (про конфеты) в новых обозначениях?

$$C = 6500 + 4000n \rightarrow a_n = 6500 + 4000n,$$

$$a_1 = 6500 + 4000 \cdot 1 = 10500,$$

$$a_2 = 6500 + 4000 \cdot 2 = 14500 \text{ и т. д.}$$

$$K = 3 + 2C \rightarrow a_n = 3 + 2n,$$

$$a_1 = 3 + 2 \cdot 1 = 5,$$

$$a_2 = 3 + 2 \cdot 2 = 7,$$

$$a_3 = 9,$$

...

$$a_{n-1} = 3 + 2(n-1) = 3 + 2n - 2 = 1 + 2n,$$

$$a_{n+1} = 3 + 2(n+1) = 3 + 2n + 2 = 5 + 2n$$

...

$$a_n = 6500 + 4000n,$$

$$a_n = 3 + 2n,$$

-С помощью этих формул можно найти любой член последовательности, даже не по порядку.

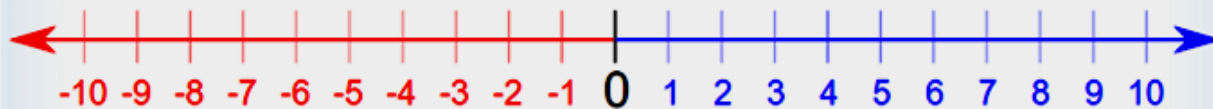
Эти формулы задают член последовательности с каким номером?

(с n -ым)

- Логично предположить, что они так и называются...

(формулы n -го (общего)члена числовой последовательности)





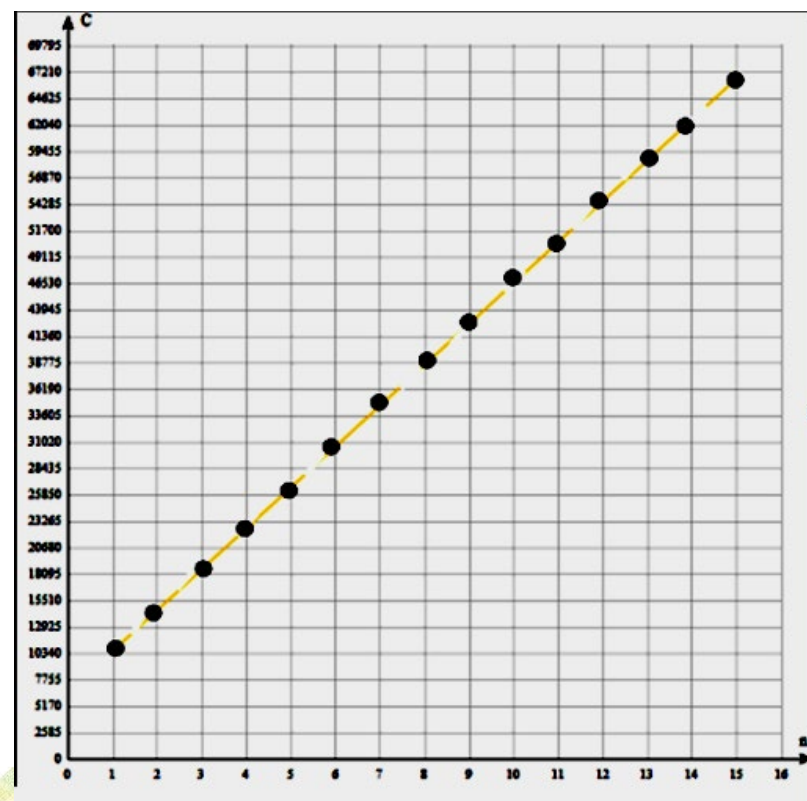
x	y
0	6500
1	10500
2	14500
3	18500

ряд натуральных чисел, кратных 5;

ряд вида $1/n$, где $n \in \mathbb{N}$;

Какие способы задания последовательностей вы можете назвать, исходя из рассмотренных примеров?

(графический, табличный, словесный (описательный), формула n -го члена)



-В задании №3 про конфеты и испанские слова мы столкнулись изначально с трудностью: чтобы найти последующий член, нам необходимо было знать предыдущие.

Давайте узнаем из учебника на стр. 220-221, как называется такой способ задания последовательностей и почему.

(рекуррентный способ (от лат. resurro – возвращаться))

- С какими числами связан рекуррентный способ задания в учебнике? (с числами Фибоначчи)

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 1,$$

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} - \text{рекуррентная формула, где } n \geq 3$$



**Леона́рдо Пиза́нский (Фибоначчи)
(примерно 1170-1250гг) —
итальянец из Пизы,
первый крупный математик
средневековой Европы.
Наиболее известен под прозвищем
Фибона́ччи – с итал. – «удачливый»**

Последовательность чисел Фибоначчи:

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 1,$$

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} - \text{рекуррентная формула, где } n \geq 3$$

$$a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$$

$$a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3$$

$$a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5$$

$$a_6 = a_5 + a_4 = 5 + 3 = 8$$

$$a_7 = a_6 + a_5 = 8 + 5 = 13$$

$$a_8 = a_7 + a_6 = 13 + 8 = 21$$

$$a_9 = a_8 + a_7 = 21 + 13 = 34$$

$$a_{10} = a_9 + a_8 = 34 + 21 = 55$$

.....и т.д.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 ...

Историческая справка



Закрепление

Решение одного и того же набора заданий всеми тремя группами самостоятельно

Ответы на каждое задание фиксируются на доске той группой, которая быстрее других выполнила задание.

1) Напишите первые пять членов последовательности, членами которой являются натуральные числа, кратные числу 15.

2) Последовательность задана формулой $x_n = 3n^2 + 1$.

Найдите: а) x_1 б) x_5 в) x_m г) x_{3m}

3) Последовательность задана рекуррентным способом: $y_1 = -3$, $y_{n+1} = 2y_n + 5$. Найдите первые три члена последовательности.

4) Определите номер члена последовательности, заданной формулой $a_n = 41 - 2n$, равного 19.

5) Напишите формулу общего n -го члена последовательности, членами которой являются натуральные числа, при делении которых на 7 в остатке остается 1.

№1

№2

№3

№4

№5



1) Напишите первые пять членов последовательности, членами которой являются натуральные числа, кратные числу 15.

Ответ: 15, 30, 45, 60, 75



2) Последовательность задана формулой $x_n = 3n^2 + 1$. Найдите:
а) x_1 б) x_5 в) x_m г) x_{3m}

Ответы:

$$\text{а) } x_1 = 3 \cdot 1^2 + 1 = 3 + 1 = 4$$

$$\text{б) } x_5 = 3 \cdot 5^2 + 1 = 3 \cdot 25 + 1 = 75 + 1 = 76$$

$$\text{в) } x_m = 3m^2 + 1$$

$$\text{г) } x_{3m} = 3 \cdot (3m)^2 + 1 = 3 \cdot 9m^2 + 1 = 27m^2 + 1$$



**3) Последовательность задана
рекуррентным способом:**

$$y_1 = -3, y_{n+1} = 2y_n + 5.$$

**Найдите первые три члена
последовательности.**

Ответ:

$$y_2 = 2y_1 + 5 = 2 \cdot (-3) + 5 = -1$$

$$y_3 = 2y_2 + 5 = 2 \cdot (-1) + 5 = 3$$



4) Определите номер члена
последовательности, заданной
формулой $a_n = 41 - 2n$, равного 19.

Ответ:

$$a_n = 41 - 2n,$$

$$41 - 2n = 19$$

$$-2n = 19 - 41$$

$$-2n = -22$$

$$n = 11, \text{ т.е. } a_{11} = 19$$



5) Напишите формулу общего n -го члена последовательности, членами которой являются натуральные числа, при делении которых на **7** в остатке остается **1**.

Ответ:

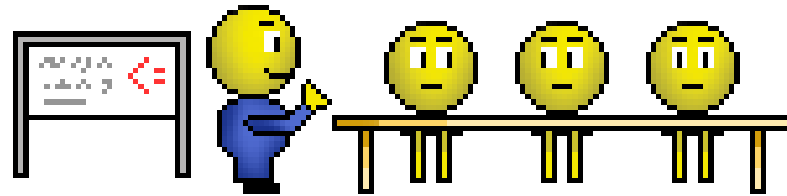
$$a_n = 7n + 1$$



Подведение итогов урока

Тема: Числовые последовательности

- ✓ виды числовых последовательностей,
- ✓ способы задания,
- ✓ применение в жизни.
- ✓ кластер по новой теме.



❖ Заполнение каждым листа самооценки и дополнительно лидерами групп и их помощниками – оценочного листа.

❖ Демонстрация кластеров.

Последовательности

ОПР 1. Упорядоченные наборы чисел;

ОПР 2. Функции, заданные на множестве натуральных чисел:

$a_n = f(n)$, где $n \in \mathbb{N}$

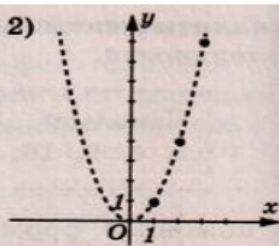
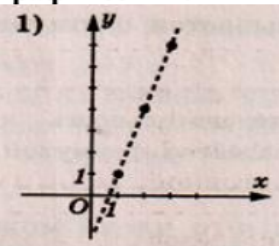
Номер	1, 2, 3, 4, 5, ..., n-1, n, n+1, ...
Член	$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \dots$

Способы задания:

Словесный (описательный):
ряд простых чисел

Табличный:
таблица квадратов натуральных чисел

Графический:



Формула n-го члена:

$a_n = 3 + 2n$

$a_1 = 3 + 2 \cdot 1 = 5, a_2 = 3 + 2 \cdot 2 = 7, a_3 = 9$ и т.д.

Рекуррентная формула:

$a_1 = 1, a_2 = 1,$
 $a_n = a_{n-1} + a_{n-2},$
где $n \geq 3$

(последовательность Фибоначчи)

$a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$
 $a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3$
 $a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5$ и т.д.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55...-золотая последовательность

Виды:	
Конечные	
Бесконечные	
Ограниченные	
Неограниченные	
Возрастающие	Монотонные
Убывающие	
Постоянные (стационарные)	

Домашнее задание

по желанию:

- разобрать задачу Фибоначчи из п. 4.1,
оформить ее в виде презентации

или

- доклад об ученом в форме
презентации.

Спасибо за урок!
До новых встреч!



ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

Дана последовательность

$$y_n = 24n + 36 - 5n^2.$$

- а) Сколько в ней положительных членов?**
- б) Найти наибольший элемент последовательности.**
- в) Есть в данной последовательности наименьший элемент?**



$$y_n = 24n + 36 - 5n^2$$

Ответы:

а)

$$y_n > 0 \Rightarrow -5n^2 + 24n + 36 > 0 \Rightarrow 5n^2 - 24n - 36 < 0 \Rightarrow -1,2 < n < 6.$$

Т.к. $n \in \mathbb{N}$, то подходят следующие значения n
из найденного интервала: $n=1; 2; 3; 4; 5$.

Значит, в заданной последовательности пять
положительных членов.

б) Наибольший элемент последовательности либо
соответствует вершине параболы, ветви которой
направлены вниз, либо с учетом условия
 $n \in \mathbb{N}$ находится рядом: абсцисса вершины параболы 2,4 –
дробная, не подходит;

$$n = 3 \Rightarrow y_3 = 24 \cdot 3 + 36 - 5 \cdot 3^2 = 72 + 36 - 45 = 63,$$

$$n = 2 \Rightarrow y_2 = 24 \cdot 2 + 36 - 5 \cdot 2^2 = 48 + 36 - 20 \\ = 64 - \text{наибольший элемент}$$

в) Наименьшего элемента нет.

